ФУНКЦИЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

§ 1. Предел функции

Число А называется *пределом функции* $f(x)$ в точке a, если для любой сходящейся к a последовательности значений аргумента x, отличных от a, соответствующая последовательность значений функции $f(x_1), f(x_2),... f(x_n),...$ сходится к числу А.
Для обозначения используется запись: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$.
Промежуток $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ называется $\varepsilon -$*окрестностью* числа a.
Кроме понятия предела функции в точке существует также и понятие предела функции на бесконечности $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = A$ и предела функции в точке a слева $\lim\limits_{x\to a-0} f(x) = A$(если $x \in (a-\varepsilon, a)$) и справа $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = A$ (если $x \in (a, a+\varepsilon)$).
Теорема. Функция $f(x)$ имеет в точке a предел тогда и только тогда, когда в этой точке существуют левый и правый пределы, причём они равны. В таком случае предел функции равен односторонним пределам.

Основные правила вычисления пределов

1. $\lim\limits_{x\to a} C = C$.
2. $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \pm g(x)) = \lim\limits_{x\to a} f(x) \pm \lim\limits_{x\to a} g(x)$.
3. $\lim\limits_{x\to a}(f(x)g(x)) = \lim\limits_{x\to a} f(x) \lim\limits_{x\to a} g(x)$.
4. $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x\to a} f(x)}{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$.
5. $\lim\limits_{x\to a}(Cf(x)) = C \lim\limits_{x\to a} f(x)$.

Все правила имеют смысл, если пределы функций $f(x)$ и $g(x)$ существуют.
Определение. Функция называется бесконечно малой в точке $x = a$, если $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$.

Определение. Функция называется бесконечно большой в точке $x=a$, если $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$.

Аналогично определяются бесконечно малые и бесконечно большие функции при $x\to\infty$.

Если функция $\alpha(x)$ есть бесконечно малая при $x\to a$ (или $x\to\infty$), то функция $f(x)=\dfrac{1}{\alpha(x)}$ является бесконечно большой и наоборот.

Определение. Две бесконечно малые в точке $x=a$ функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ называются *эквивалентными*, если $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f_1(x)}{f_2(x)}=1$.

Эквивалентность обозначается $f_1(x)\approx f_2(x)$.

При вычислении пределов может быть использован приём, основанный на том, что предел отношения двух бесконечно малых функций не изменится, если эти бесконечно малые заменить их эквивалентными.

При $x\to 0$ имеем:

$\sin x\approx x$

$\arcsin x\approx x$

$\ln(1+x)\approx x$

$\sqrt{1+x}-1\approx\dfrac{x}{2}$

$\mathrm{tg}x\approx x$

$\mathrm{arctg}x\approx x$

$e^x-1\approx x$

$1-\cos x\approx\dfrac{x^2}{2}$

Первый замечательный предел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=\left[\frac{0}{0}\right]=1.$$

Второй замечательный предел:

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\left[1^\infty\right]=1.$$

Образцы решения задач

Часто встречаются случаи, когда непосредственно применить правило 4 нельзя. Это так называемые неопределённости вида $\left[\frac{0}{0}\right]$ или $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. Рассмотрим на примерах методы раскрытия этих и некоторых других неопределённостей.

1. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$.

Решение. Непосредственная подстановка предельного значения $x=2$ в дробь под знаком предела приводит к неопределённости вида $\left[\frac{0}{0}\right]$. Разложим квадратные трёхчлены числителя и знаменателя на множители по формуле $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1 и x_2 – корни квадратного трёхчлена. Затем сократим общий сомножитель, после чего уже подставим предельное значение $x=2$.

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-1)}=\lim_{x\to 2}\frac{x-3}{x-1}=\frac{2-3}{2-1}=-1.$$

2. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+5x+3}{3x^2-x+7}$.

Решение. Убедившись, что имеет место случай $\frac{\infty}{\infty}$, подвергаем функцию преобразованиям.

Поделим числитель и знаменатель дроби под знаком предела на x^2 (это старшая степень x), после чего находим

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+5x+3}{3x^2-x+7}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}}{3-\frac{1}{x}+\frac{7}{x^2}}=\frac{1+0+0}{3-0+0}=\frac{1}{3},$$ так как при $x\to\infty$ величины $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x^2}$ являются бесконечно малыми.

3. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}$.

Решение. Убедившись сначала, что при указанном значении аргумента функция представляет собой степень, основание которой стремится к единице, а показатель – к бесконечности (случай 1^{∞}), преобразуем функцию так, чтобы использовать 2-й замечательный предел. Полагая $-2x = y$, найдём $y \to 0$, когда $x \to 0$, следовательно,

$$\lim_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}} = \lim_{y\to 0}(1+y)^{-\frac{6}{y}} = \left[\lim_{y\to 0}(1+y)^{\frac{1}{y}}\right]^{-6} = e^{-6}.$$

4. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x+2}\right)^{2x+1}$.

Решение. Исключив целую часть из дроби, полагаем $-\dfrac{5}{x+2} = t$:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^{2x+1} = \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x+2}\right)^{2x+1} = \lim_{t\to 0}(1+t)^{-\frac{10}{t}-3} =$$

$$= \left(\lim_{t\to 0}(1+t)^{\frac{1}{t}}\right)^{-10} \cdot \lim_{t\to 0}(1+t)^{-3} = e^{-10}\cdot 1 = e^{-10}.$$

5. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1-\cos x}$.

Решение. Применяем тригонометрическую формулу $1-\cos x = 2\sin^2\dfrac{x}{2}$ и первый замечательный предел.

Получаем $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1-\cos x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{2\sin^2\frac{x}{2}} = 2\left(\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}\right)^2 = 2\cdot 1^2 = 2$.

6. *Найти предел* $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2 2x}{\ln(1+2x^2)}$.

Решение. Пользуясь тем, что при отыскании предела отношения двух бесконечно малых можно заменять их эквивалентными бесконечно малыми и учитывая, что $\operatorname{tg}2x \approx 2x$, $\ln(1+2x^2)\approx 2x^2$ при $x\to 0$, получим

$$\lim_{x\to 0}\frac{tg^2 2x}{\ln(1+2x^2)} = \lim_{x\to 0}\frac{(2x)^2}{2x^2} = \lim_{x\to 0}\frac{4x^2}{2x^2} = 2.$$

§ 2. Непрерывность функции

Теоретический материал

Определение. Функция $y = f(x)$ называется *непрерывной* в точке $x = x_0$, если выполняются условия:

1) функция определена в этой точке и некоторой её окрестности;
2) существует $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$;
3) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.

Если хотя бы одно условие не выполняется, то функция называется *разрывной* в точке x_0, а сама точка называется точкой разрыва функции.

Классификация точек разрыва

а) точка $x = x_0$ называется точкой разрыва первого рода, если в этой точке существуют и конечны пределы слева и справа, но не равны друг другу;
б) точка $x = x_0$ называется точкой разрыва второго рода, если в этой точке хотя бы один из пределов слева или справа бесконечен или не существует.

Все элементарные функции непрерывны в тех интервалах, в которых они определены.

Неэлементарная функция может иметь разрывы как в точках, где она не определена, так и в тех точках, где меняются её аналитические выражения.

Образцы решения задач

1. *Найти точки разрыва функции* $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$ *и определить типы разрывов.*

Решение. Функция $f(x)$ имеет разрывы в точках $x = \pm 2$. Найдём односторонние пределы функции в этих точках:

$\lim\limits_{x \to -2-0} \dfrac{1}{x^2-4} = +\infty$, так как при $x \to -2-0$ величина x^2-4 является положительной бесконечно малой, а обратная ей $\dfrac{1}{x^2-4}$ является положительной бесконечно большой;

$\lim\limits_{x \to -2+0} \dfrac{1}{x^2-4} = -\infty$, так как при $x \to -2+0$ величина x^2-4 является отрицательной бесконечно малой, а обратная ей величина $\dfrac{1}{x^2-4}$ является отрицательной бесконечно большой;

$\lim\limits_{x \to 2-0} \dfrac{1}{x^2-4} = -\infty$, так как при $x \to 2-0$ величина x^2-4 является отрицательной бесконечно малой, а обратная ей величина $\dfrac{1}{x^2-4}$ является отрицательной бесконечно большой; $\lim\limits_{x \to 2+0} \dfrac{1}{x^2-4} = +\infty$, так как при $x \to 2+0$ величина x^2-4 является положительной бесконечно малой, а обратная ей величина $\dfrac{1}{x^2-4}$ является положительной бесконечно большой.

Следовательно, в точках $x = \pm 2$ функция $f(x)$ имеет разрывы второго рода.

2. *Найти точки разрыва функции* $f(x) = \operatorname{arcctg} \dfrac{1}{x}$ *и определить типы разрывов.*

Решение. Данная функция имеет одну точку разрыва $x = 0$, так как в этой точке она не определена. Найдём односторонние пределы функции в этой точке:

$$\lim_{x \to 0-0} \operatorname{arcctg} \frac{1}{x} = \operatorname{arcctg}(-\infty) = \pi;$$

$$\lim_{x \to 0+0} \operatorname{arcctg} \frac{1}{x} = \operatorname{arcctg}(+\infty) = 0.$$

Следовательно, точка $x = 0$ является точкой разрыва первого рода.

3. *Найти точки разрыва функции* $y(x)=\begin{cases} 3x-2, & -\infty < x < 2; \\ (x-2)^2, & 2 \le x < 3; \\ 1 \quad , & 3 \le x < \infty \end{cases}$

и определить типы разрывов.

Решение. Функция определена на всей числовой прямой. Но из этого не следует, что она и непрерывна на всей числовой прямой, так как эта функция неэлементарная и может иметь разрывы в точках $x=2$ и $x=3$, где меняется её аналитическое выражение. Исследуем точки $x=2$ и $x=3$, найдём в этих точках пределы функции слева и справа.

$$\lim_{x\to 2-0} y(x) = \lim_{x\to 2-0}(3x-2) = 4; \quad \lim_{x\to 2+0} y(x) = \lim_{x\to 2+0}(x-2)^2 = 0.$$

Здесь левый и правый пределы функции конечны, но не равны, т.е. не выполняется 2-е условие непрерывности. Поэтому в точке $x=2$ функция имеет разрыв первого рода.

$$\lim_{x\to 3-0} y = \lim_{x\to 3-0}(x-2)^2 = 1; \quad \lim_{x\to 3+0} y = \lim_{x\to 3+0} 1 = 1.$$

Согласно условию задачи значение функции $y(x)$ в точке $x=3$ определяется третьей формулой $y(3)=1$.

Поэтому в точке $x=3$ функция $y(x)$ непрерывна.

Расчетно-графическая работа № 1

1. Найти пределы

1. а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-x-6}{2x^2+x-21}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5-x^2+2}{5-3x^3-6x^5}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1-3x)^{4/x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 2x}{6x^2}$.

2. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2+x-6}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-x^2+5}{3x^3-6x^2+4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2\sin x)^{3/x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}^2 3x}{e^{6x^2}-1}$.

3. а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+2x-15}{2x^2+7x-15}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x-x^3}{3x^3-6x^2+7}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1-5x)^{2/x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x^2}{\mathrm{arctg}^2 3x}$.

4. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-5x+2}{x^2-4x+3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x^2+2)^2}{5-3x^3-6x^4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1-3\sin x)^{5/x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{4x^2}$.

5.а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+3x+2}{2x^2+5x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5-6x-10x^3}{5x^3-6x^2+7}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x}\right)^{3x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 5x}{\sin 5x^2}$.

6. а) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{2x^2+9x+4}{x^2-x-20}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x^2-5)^2}{7-x^3-4x^4}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x}\right)^{9x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{1-\cos 6x}$.

7. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2-5x-7}{3x^2+x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x+5)^2}{3x^2-6x+4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\dfrac{x}{3}\right)^{5/x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 6x-\cos 2x}{2x^2}$.

8. а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-12}{x^2-5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+5x^2-3}{2x^3-x^2+12}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1-4\sin x)^{3\operatorname{cosec} x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x^2)}{\sin^2 10x}$.

9. а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(6x^2-1)^2}{12x^4-x^2+2}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-7}{x}\right)^{5x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^3 2x}{e^{2x^3}-1}$.

10. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+x-2}{3x^2+4x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-2x^2+15}{(3x^2-1)(2x^2+5)}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-4}\right)^{2x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}x\sin 2x\operatorname{ctg}^2 2x$.

11. а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-14x-5}{x^2-2x-15}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^3+3x^2-1}{(2x^2+1)(2x-5)}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2\operatorname{tg}x)^{5\operatorname{ctg}x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{x\operatorname{tg}3x}$.

12. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{2x^2-x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4-7x^3+5}{(5x^2-2)(1-3x^2)}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x}\right)^{7x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}2x^2}{1-\cos 4x}$.

13. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-10x+7}{3x^2-2x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3+7x^2-2}{2-5x^2-12x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+5}\right)^{3x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-2x^2)}{\arcsin^2 2x}$.

14. а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+7x+10}{2x^2+9x+10}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x-2)^3}{2-5x^2-12x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-4x^2\right)^{3/x^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\sin 5x\operatorname{ctg}2x$.

15. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x^2+x-6}{6x^2-x-5}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3+x^2-12}{5-3x^2-14x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{5x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2\operatorname{ctg}2x}{\sin 6x}$.

16. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2-x-3}{3x^2+5x+2}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x-5)^2}{7-3x-6x^2}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x+2}\right)^{5x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{3x^2}}{1-\cos 6x}$.

17. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{10x^2-3x-7}{5x^2+x-6}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^3+3x^2-2}{5-7x^2-4x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x+4}\right)^{2x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-4x^2)}{1-\cos 4x}$.

18. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2+x-1}{3x^2-x-4}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(3x-5)^3}{7-3x^2-18x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x}\right)^{3x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+5x^2)}{\arcsin^2 2x}$.

19. а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2x^2+x-6}{3x^2+5x-2}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3+x^2-12}{1-3x^2-10x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+7x^2\right)^{2/x^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{2x\sin 2x}$.

20. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{5x^2-6x-8}{3x^2-5x-2}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^4-5x^3+1}{(3x^2-1)(5-2x^2)}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1+3\sin x)^{7\operatorname{cosec}x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{2x^2}}{\operatorname{arctg}^2 3x}$.

21. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^2+3x-5}{4x^2-x-3}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-3x^2-2}{5-2x^2-6x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-1}{3x}\right)^{2x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\operatorname{ctg}5x}{\sin x}$.

22. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-5x-2}{x^2-5x+6}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+5x^2-10}{7-5x^2-10x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{7x-1}{7x}\right)^{3x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-8x^2)}{\arcsin^2 4x}$.

23. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+3x-2}{x^2+4x+3}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x^2-5)^2}{3-2x^3-4x^4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1-5\operatorname{tg}x)^{6\operatorname{ctg}x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}x\sin 6x\operatorname{ctg}^2 3x$.

24. а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{5x^2+x-6}{7x^2-6x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-3x^2-10}{(3x^2-1)(2x+3)}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\dfrac{x}{5}\right)^{4/x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{\sin 4x^2}$.

25. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{7x^2+5x-2}{6x^2+5x-1}$;

б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(2x+1)^3}{4x^3-5x+4}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}(1+3x^2)^{7/x^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x^2}{\operatorname{arctg}^2 2x}$.

2. Найти точки разрыва функций и определить типы разрывов.

1. $y(x)=\begin{cases}-2, & -\infty<x<-2;\\ x, & -2\le x<0;\\ \dfrac{1}{x-1}, & 0\le x<\infty.\end{cases}$

2. $y(x)=\begin{cases}2x, & -\infty<x<0;\\ \sin x, & 0\le x<\dfrac{\pi}{2};\\ 2x-\pi, & \dfrac{\pi}{2}\le x<\infty.\end{cases}$

3. $y(x)=\begin{cases}2x+1, & -\infty<x<-1;\\ x^2-1, & -1\le x<1;\\ -1, & 1\le x<\infty.\end{cases}$

4. $y(x)=\begin{cases}x+1, & -\infty<x<0;\\ x^2, & 0\le x<2;\\ \dfrac{1}{2}x^2-1, & 2\le x<\infty.\end{cases}$

5. $y(x)=\begin{cases}\pi-x, & -\infty<x<0;\\ \pi\cos x, & 0\le x<\dfrac{\pi}{2};\\ 2x-\pi, & \dfrac{\pi}{2}\le x<\infty.\end{cases}$

6. $y(x)=\begin{cases}-2, & -\infty<x<-1;\\ 2x, & -1\le x<1;\\ \dfrac{1}{x}, & 1\le x<\infty.\end{cases}$

7. $y(x)=\begin{cases}2x+1, & -\infty<x<-1;\\ -x^2, & -1\le x<2;\\ \dfrac{3}{x+1}, & 2\le x<\infty.\end{cases}$

8. $y(x)=\begin{cases}-x, & -\infty<x<0;\\ \mathrm{tg}x, & 0\le x<\dfrac{\pi}{4};\\ 2, & \dfrac{\pi}{4}\le x<\infty.\end{cases}$

9. $y(x)=\begin{cases}-2x, & -\infty<x<0;\\ \sqrt{x}, & 0\le x<4;\\ 3, & 4\le x<\infty.\end{cases}$

10. $y(x)=\begin{cases}x^2, & -\infty<x<0;\\ -x, & 0\le x<2;\\ \dfrac{1}{2}x-1, & 2\le x<\infty.\end{cases}$

11. $y(x)=\begin{cases}x, & -\infty<x<0;\\ 2\sin x, & 0\le x<\pi;\\ x+\pi, & \pi\le x<\infty.\end{cases}$

12. $y(x)=\begin{cases}-2, & -\infty<x<0;\\ 2\sqrt{x}, & 0\le x<1;\\ 2x, & 1\le x<\infty.\end{cases}$

13. $y(x)=\begin{cases} -2x, & -\infty < x < 0; \\ \cos x, & 0 \le x < \dfrac{\pi}{2}; \\ x-\dfrac{\pi}{2}, & \dfrac{\pi}{2} \le x < \infty. \end{cases}$

14. $y(x)=\begin{cases} 2, & -\infty < x < -1; \\ 2x-1, & -1 \le x < 1; \\ \dfrac{1}{x}, & 1 \le x < \infty. \end{cases}$

15. $y(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x}, & -\infty < x \le 1; \\ 2-x, & 1 < x < 2{,}5; \\ 2x-5, & 2{,}5 \le x < \infty. \end{cases}$

16. $y(x)=\begin{cases} x-3, & -\infty < x < 0; \\ \sqrt{x}+3, & 0 \le x < 1; \\ 4, & 1 \le x < \infty. \end{cases}$

17. $y(x)=\begin{cases} 2x^2, & -\infty < x < 1; \\ \dfrac{1}{x-2}, & 1 \le x < 3; \\ x-2, & 3 \le x < \infty. \end{cases}$

18. $y(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x}, & -\infty < x < 0; \\ x, & 0 \le x < 1; \\ \sqrt{x}, & 1 \le x < \infty. \end{cases}$

19. $y(x)=\begin{cases} 2-x, & -\infty < x < 0; \\ \sin x, & 0 \le x < \pi; \\ 0, & \pi \le x < \infty. \end{cases}$

20. $y(x)=\begin{cases} \cos x, & -\infty < x < 0; \\ x+1, & 0 \le x < 2; \\ 2x-1, & 2 \le x < \infty. \end{cases}$

21. $y(x)=\begin{cases} 0, & -\infty < x < 0; \\ 1-x, & 0 \le x < 1; \\ \ln x, & 1 \le x < \infty. \end{cases}$

22. $y(x)=\begin{cases} 2-x^2, & -\infty < x < -1; \\ x+2, & -1 \le x < 1; \\ 2^x, & 1 \le x < \infty. \end{cases}$

23. $y(x)=\begin{cases} 1-x, & -\infty < x < -2; \\ x^2-1, & -2 \le x < 1; \\ \dfrac{1}{x}, & 1 \le x < \infty. \end{cases}$

24. $y(x)=\begin{cases} 2-x^2, & -\infty < x < 1; \\ \sqrt[3]{x}, & 1 \le x < 8; \\ \dfrac{2}{x-9}, & 8 \le x < \infty. \end{cases}$

25. $y(x)=\begin{cases} x^3+1, & -\infty < x < 0; \\ \sqrt{x}, & 0 \le x < 4; \\ x-2, & 4 \le x < \infty. \end{cases}$