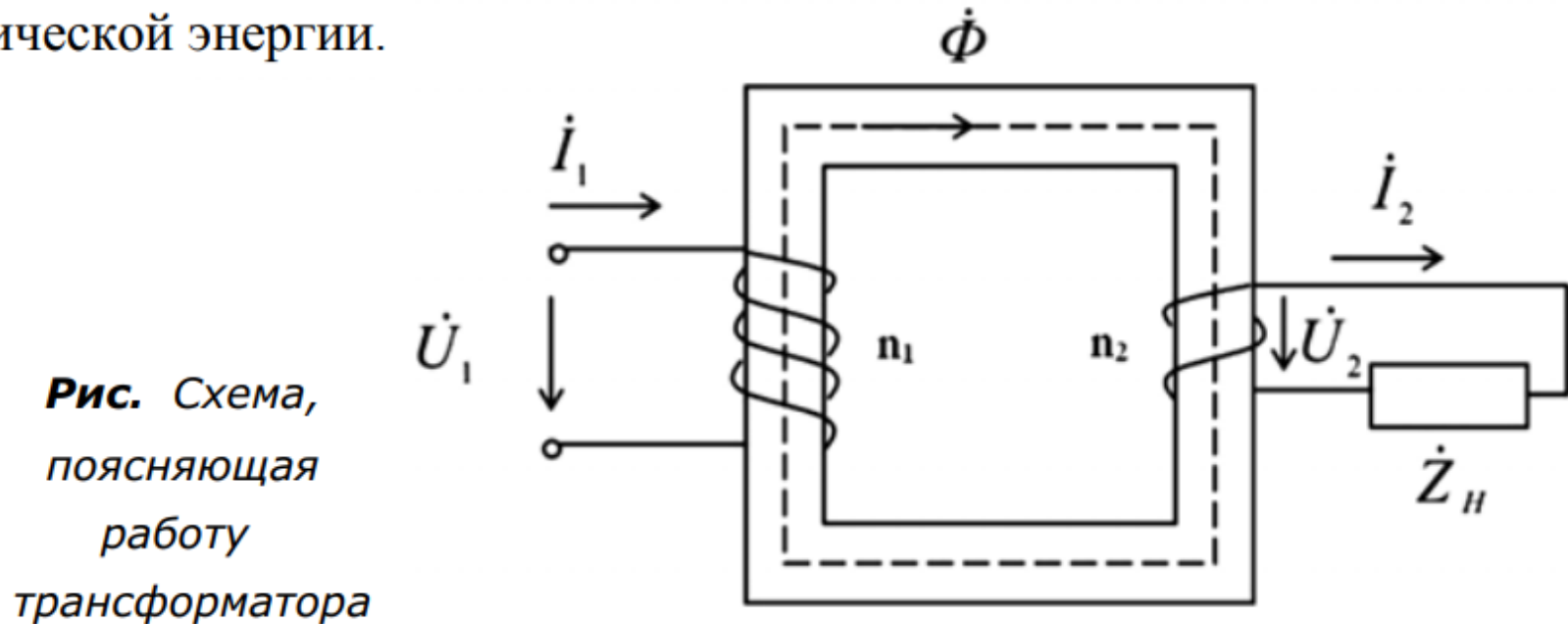


# Трансформатор

**Трансформатором** называется статическое электромагнитное устройство, в котором переменный ток одного напряжения преобразуется в переменный ток той же частоты, но другого напряжения.

Трансформатор состоит из стального сердечника, на котором (рис. ) в простейшем случае расположены две обмотки, выполненные из изолированного провода. К первичной обмотке подводится напряжение источника  $\dot{U}_1$ . Со вторичной обмотки снимается напряжение  $\dot{U}_2$ , которое подводится к потребителю электрической энергии. Трансформатор может иметь не одну, а две или несколько вторичных обмоток, к каждой из которых подключается свой потребитель электрической энергии.



**Рис.** Схема,  
поясняющая  
работу  
трансформатора

# Трансформатор

Принцип работы трансформатора основан на электромагнитной индукции, т. е. в наведении переменным током, протекающим через одну катушку индуктивности, ЭДС взаимной индукции в других, индуктивно связанных катушках. При протекании переменного тока по первичной катушке в стальном сердечнике возникает переменный магнитный поток  $\dot{\Phi}$  (рис.). Этот магнитный поток, пронизывая витки первичной и вторичной катушек, индуцирует в них ЭДС  $\dot{E}_1$  и  $\dot{E}_2$ . Соотношение ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  обмоток трансформатора зависит соотношения чисел витков первичной и вторичной обмоток  $n_1$  и  $n_2$ .

Отношение ЭДС первичной обмотки к ЭДС вторичной обмотки называется **коэффициентом трансформации** трансформатора:

$$n = \frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Если необходимо повысить напряжение источника питания, то число витков вторичной обмотки делают больше числа витков первичной обмотки ( $n_2 > n_1$ ). Такой трансформатор называют **повышающим**. Если напряжение надо понизить, то делают наоборот ( $n_1 > n_2$ ). В этом случае трансформатор будет **понижающим**. Если требуется несколько различных значений вторичного напряжения, то на тот же магнитопровод наматывают несколько вторичных обмоток с различным числом витков.

# Трансформатор

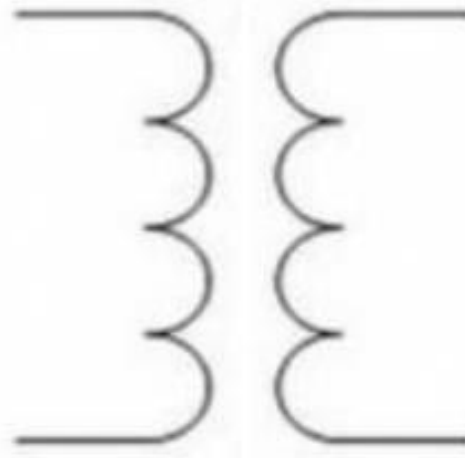
При передаче энергии из первичной обмотки во вторичную возникают электрические потери мощности. Отношение отдаваемой мощности  $P_2$  к мощности  $P_1$ , поступающей из сети в первичную обмотку, называют **коэффициентом полезного действия (КПД)** трансформатора  $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \Delta P}{P_1}$ , где  $\Delta P$  – потери энергии трансформатора.

Если пренебречь потерями энергии, то можно получить уравнение идеального трансформатора:

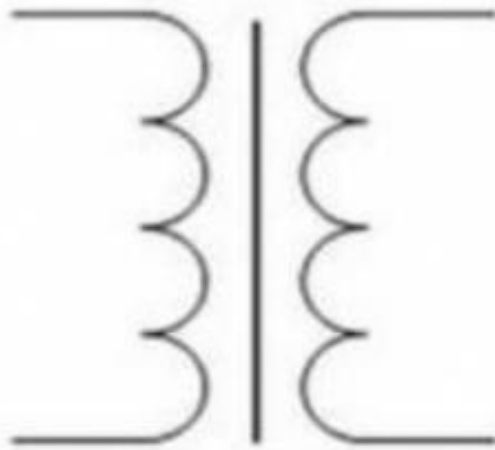
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = n.$$

То есть при понижении (или повышении) в  $n$  раз напряжения на вторичной обмотке увеличивается (или уменьшается) во столько же ( $n$ ) раз ток вторичной цепи.

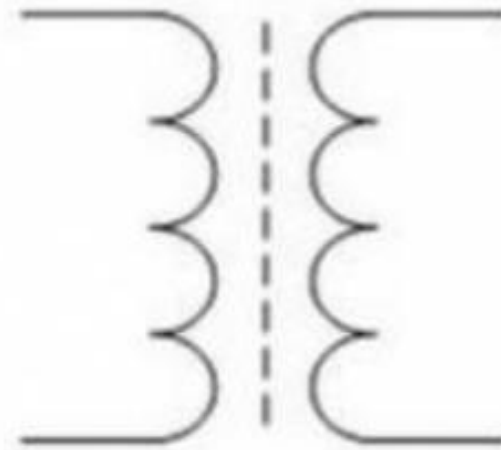
# Обозначение трансформаторов на схемах



**Трансформатор**

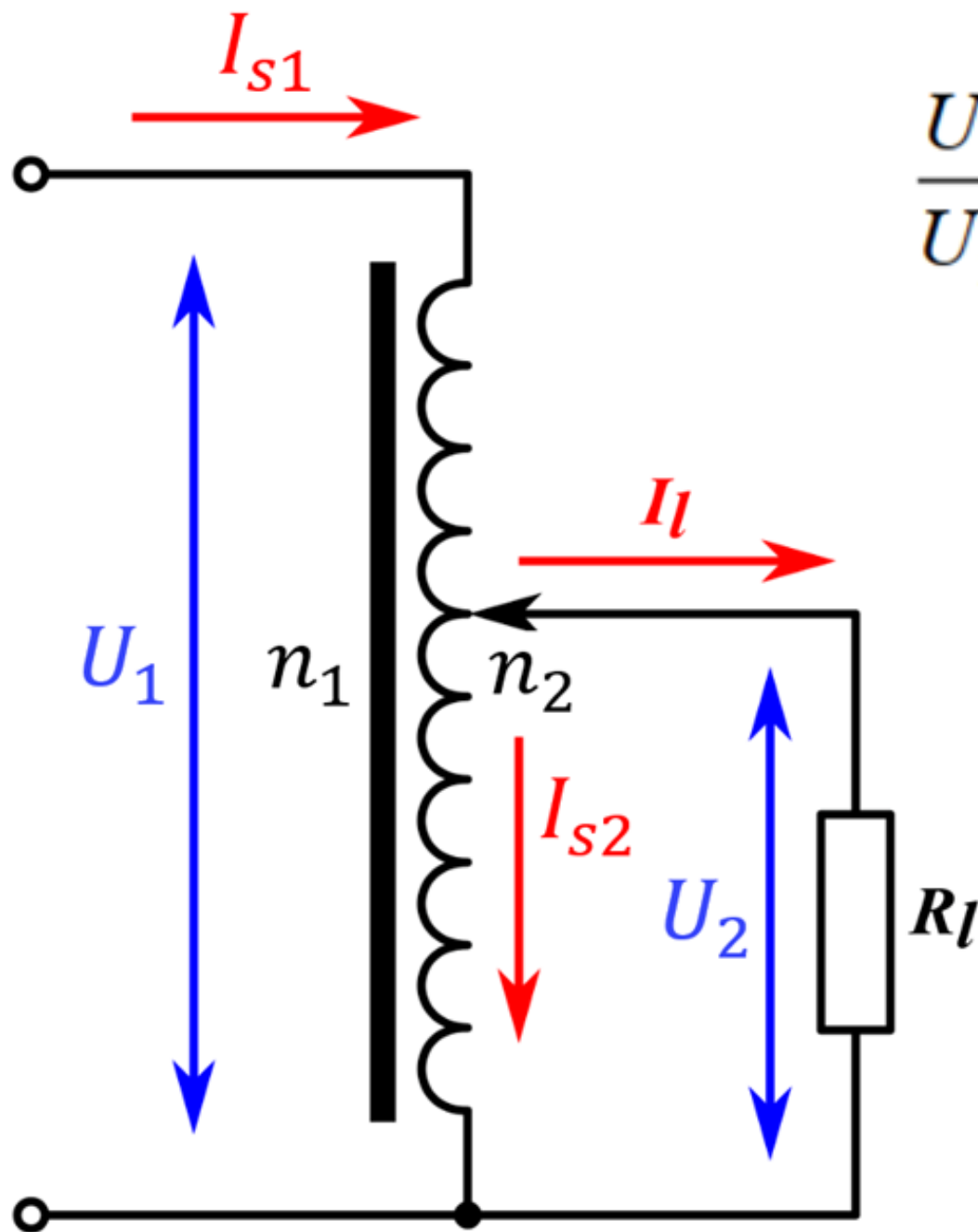


**Трансформатор  
со стальным сердечником**



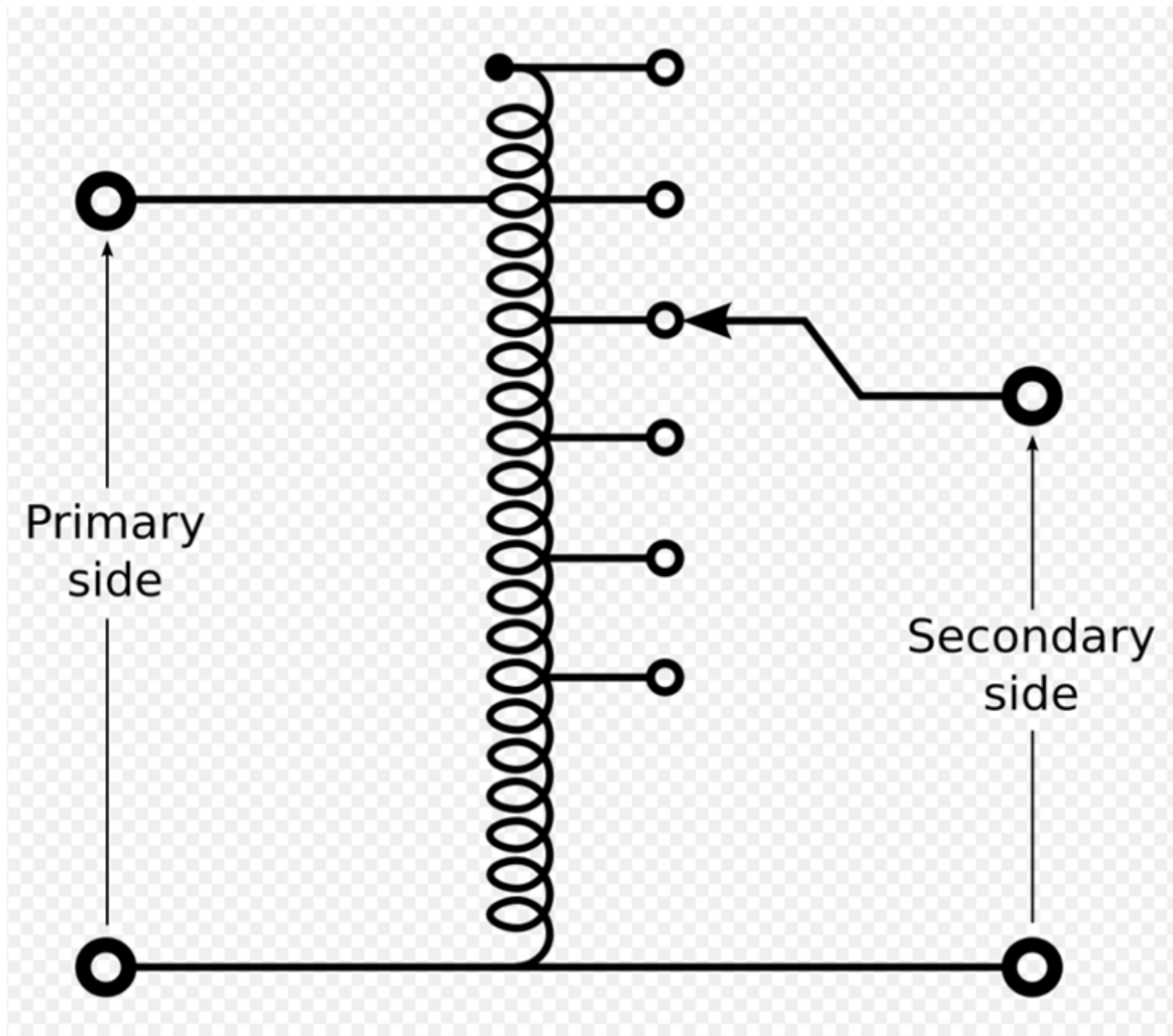
**Трансформатор  
с сердечником из феррита**

# Автотрансформатор

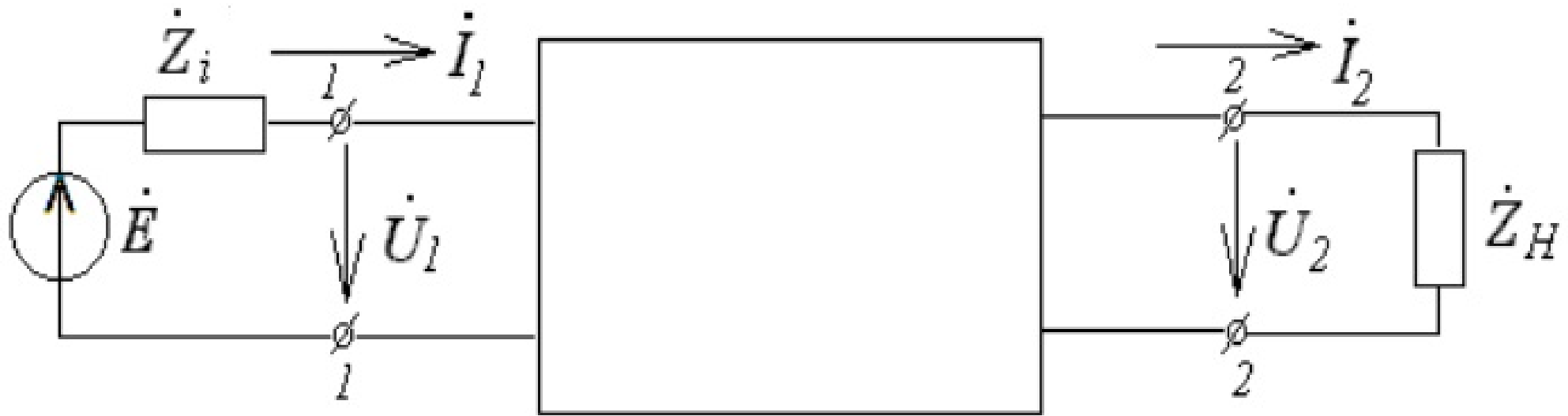


$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = n.$$

# Автотрансформатор



# Четырехполюсник



Под **четырёхполюсником** понимают электрическую цепь (или ее часть) любой сложности, имеющую две пары зажимов для подключения к источнику и приемнику электрической энергии. Зажимы, к которым присоединяется источник, называются **входными**, а зажимы, к которым присоединяется приемник (нагрузка), - **выходными** зажимами (полюсами).

В качестве **примеров** четырехполюсников можно привести трансформатор, электрические фильтры, усилительные устройства, линии электропередачи и т. д. Все они имеют совершенно "непохожие" схемы, но обладают рядом общих свойств.



# Четырехполюсник

Четырехполюсники бывают **пассивными** и **активными**. В схемах пассивных четырехполюсников обычно не содержится источников электрической энергии или их действие взаимно компенсируется таким образом, что на разомкнутых зажимах не обнаруживается напряжение, активные четырехполюсники содержат источники электрической энергии и на их разомкнутых зажимах обнаруживается напряжение.

Четырехполюсники делятся на **симметричные** и **несимметричные**. В симметричном четырехполюснике перемена местами входных и выходных зажимов не изменяет напряжений и токов в цепи, с которой он соединен.

Четырехполюсники также делятся на **обратимые** и **необратимые**. Обратимые четырехполюсники позволяют передавать энергию в обоих направлениях, для них справедлива теорема обратимости или взаимности, в соответствии с которой отношение напряжения на входе к току на выходе не меняется при перемене местами зажимов.



# Четырехполюсник



Если предположить, что сложная цепь четырехполюсника преобразована в какую-то простую эквивалентную цепь, то на рисунке можно выделить два контура с контурными токами  $\dot{I}_1^k$  и  $\dot{I}_2^k$ .

Для этих контуров можно записать:

$$\dot{Z}_{11}\dot{I}_1^k + \dot{Z}_{12}\dot{I}_2^k = \dot{U}_1, \quad \dot{Z}_{21}\dot{I}_1^k + \dot{Z}_{22}\dot{I}_2^k = -\dot{U}_2,$$

где  $\dot{Z}_{11}$  и  $\dot{Z}_{22}$  – собственные полные комплексные сопротивления, соответственно, первого и второго контуров,  $\dot{Z}_{12}$  и  $\dot{Z}_{21}$  – взаимные полные комплексные сопротивления первого и второго контуров.

# Четырехполюсник

Из записанных уравнений (составленных по методу контурных токов):

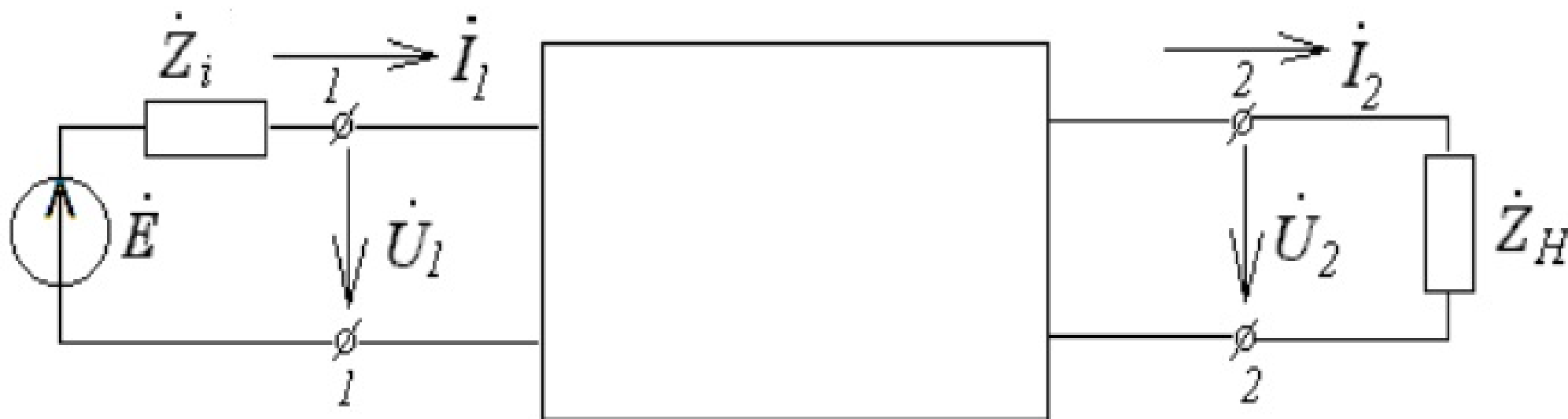
$$Z_{11}\dot{I}_1^k + Z_{12}\dot{I}_2^k = \dot{U}_1, \quad Z_{21}\dot{I}_1^k + Z_{22}\dot{I}_2^k = -\dot{U}_2,$$

можно получить зависимость, например, электрических величин первого контура от электрических величин второго контура, которую называют **уравнения линейного четырехполюсника в обобщенном виде**:

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{D}\dot{I}_2,$$

$$\dot{A} = -\frac{\dot{Z}_{11}}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{B} = \left( \dot{Z}_{12} - \frac{\dot{Z}_{11}\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}} \right), \quad \dot{C} = -\frac{1}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{D} = -\frac{\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}.$$

# Четырехполюсник



$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{D}\dot{I}_2,$$

$$\dot{A} = -\frac{\dot{Z}_{11}}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{B} = \left( \dot{Z}_{12} - \frac{\dot{Z}_{11}\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}} \right), \quad \dot{C} = -\frac{1}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{D} = -\frac{\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}.$$

# Четырехполюсник

$$\dot{U}_1 = \dot{A} \dot{U}_2 + \dot{B} \dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = \dot{C} \dot{U}_2 + \dot{D} \dot{I}_2,$$

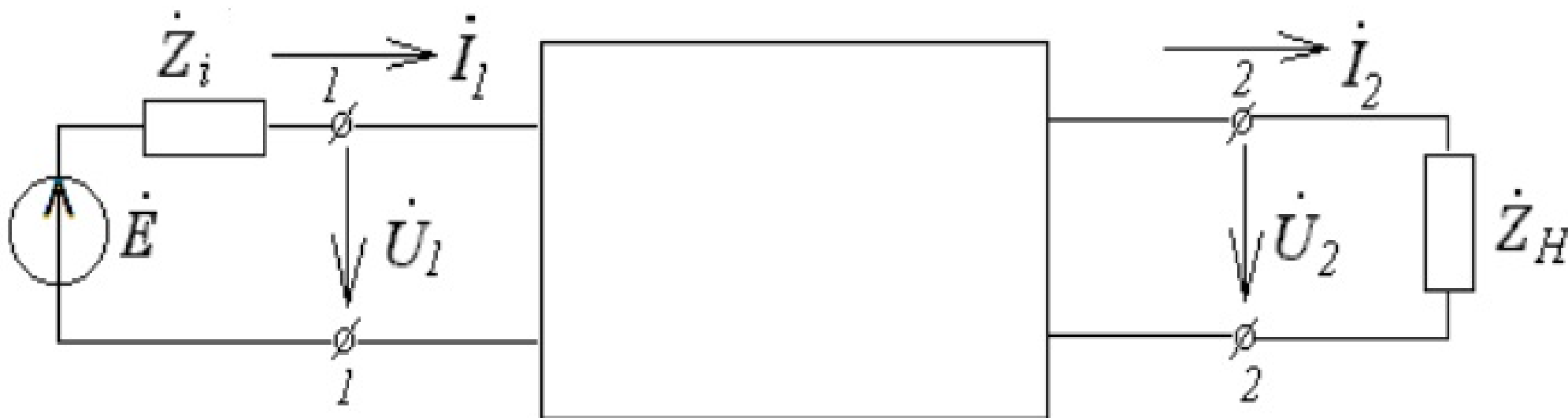
$$\dot{A} = -\frac{\dot{Z}_{11}}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{B} = \left( \dot{Z}_{12} - \frac{\dot{Z}_{11} \dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}} \right), \quad \dot{C} = -\frac{1}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{D} = -\frac{\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}.$$

$$\dot{A} \dot{D} - \dot{B} \dot{C} = 1.$$

$$\dot{A} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{U}_{20}}, \quad \dot{C} = \frac{\dot{I}_{10}}{\dot{U}_{20}} \quad \begin{array}{l} \text{— в режиме холостого хода} \\ \text{(при размыкании выходного контура)} \end{array}$$

$$\dot{B} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}, \quad \dot{D} = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{2k}} \quad \begin{array}{l} \text{— при коротком замыкании} \\ \text{выходного контура} \end{array}$$

# Четырехполюсник



У симметричного четырехполюсника  $\dot{A} = \dot{D}$  и, имея систему трех уравнений, можно вычислить три коэффициента. Для несимметричного четырехполюсника необходимо провести еще один опыт при питании четырехполюсника со стороны вторичных зажимов.

Таким образом в теории четырехполюсников интересуются лишь токами и напряжениями внешних выводов и связью их друг с другом.

# Четырехполюсник

Связь токов и напряжений внешних выводов четырехполюсника отражается шестью видами уравнений четырехполюсника в виде форм: Z, Y, A, B, H и G. Коэффициенты уравнений являются параметрами четырехполюсника и представляют собой различные варианты функций цепи или им обратные функции в режимах холостого хода или короткого замыкания на входе или выходе четырехполюсника.

Уравнения четырехполюсника **Z-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2, \quad \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2.$$

Уравнения четырехполюсника **Y-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2, \quad \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2.$$

Уравнения четырехполюсника **A-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2.$$

Уравнения четырехполюсника **B-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1, \quad \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1.$$

Уравнения четырехполюсника **H-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2, \quad \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2.$$

# Четырехполюсник

Уравнения четырехполюсника **Z-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2, \quad \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2.$$

Уравнения четырехполюсника **Y-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2, \quad \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2.$$

Уравнения четырехполюсника **A-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_1 = A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2.$$

Уравнения четырехполюсника **B-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_2 = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1, \quad \dot{I}_2 = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1.$$

Уравнения четырехполюсника **H-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2, \quad \dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2.$$

Уравнения четырехполюсника **G-формы** имеют следующий вид:

$$\dot{I}_1 = G_{11}\dot{U}_1 + G_{12}\dot{I}_2, \quad \dot{U}_2 = G_{21}\dot{U}_1 + G_{22}\dot{I}_2.$$

Здесь, например,  $Y_{11} = \dot{I}_1/\dot{U}_1$  при  $\dot{U}_2 = 0$ ;  $A_{11} = \dot{U}_1/\dot{U}_2$  при  $\dot{I}_2 = 0$ .



# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

На практике ЭДС и токи в большей или меньшей степени являются несинусоидальными. Это связано с тем, что реальные генераторы не обеспечивают, строго говоря, идеальной синусоидальной формы кривых напряжения, а с другой стороны, наличие нелинейных элементов в цепи обуславливает искажение формы токов даже при синусоидальных ЭДС источников. К тому же, если в электрической цепи имеется несколько источников синусоидального тока или напряжения с разными частотами, то токи и напряжения в такой цепи будут периодическими несинусоидальными.

В энергетике появление несинусоидальных токов или напряжений нежелательно, так как вызывает дополнительные потери энергии. Однако существуют большие области техники (радиотехника, автоматика, вычислительная техника, полупроводниковая преобразовательная техника), где несинусоидальные величины являются основной формой ЭДС, токов и напряжений.

Знание методов расчета и анализа электрических цепей с периодическими несинусоидальными ЭДС, напряжениями и токами необходимо не только при работе с цепями, в которых существуют вынужденные несинусоидальные процессы, но и для понимания принципа действия различных электротехнических устройств, принцип работы которых основан на использовании несинусоидальных напряжений специальной формы.

При расчете электрических цепей периодического несинусоидального тока используется разложение функции (тока, напряжения или ЭДС) в одну из форм гармонического ряда Фурье.

# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

Если периодическая негармоническая функция (тока, напряжения или ЭДС) представляется суммой мгновенных значений гармонических колебаний различных частот  $\omega_k = k\omega_1$ , где  $k = 1, 2, \dots$  порядковый номер гармоники, то ряд Фурье записывают в следующем виде:

$$f(t) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_{mk} \sin(k\omega_1 t + \psi_k),$$

где  $F_0$  — постоянная составляющая функции  $f(t)$ , равная ее среднему за период  $T$  значению,  $F_{mk}$  — амплитуда  $k$ -й гармоники,  $\psi_k$  — начальная фаза  $k$ -й гармоники. Это **амплитудно-фазовая форма** представления ряда Фурье.

Иногда полезно использовать **тригонометрическую форму** представления ряда Фурье:

$$f(t) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega_1 t),$$

$$\text{где } F_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt, \quad A_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega_1 t) dt, \quad B_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega_1 t) dt.$$

# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

$$e(\omega t) = E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots + E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots$$

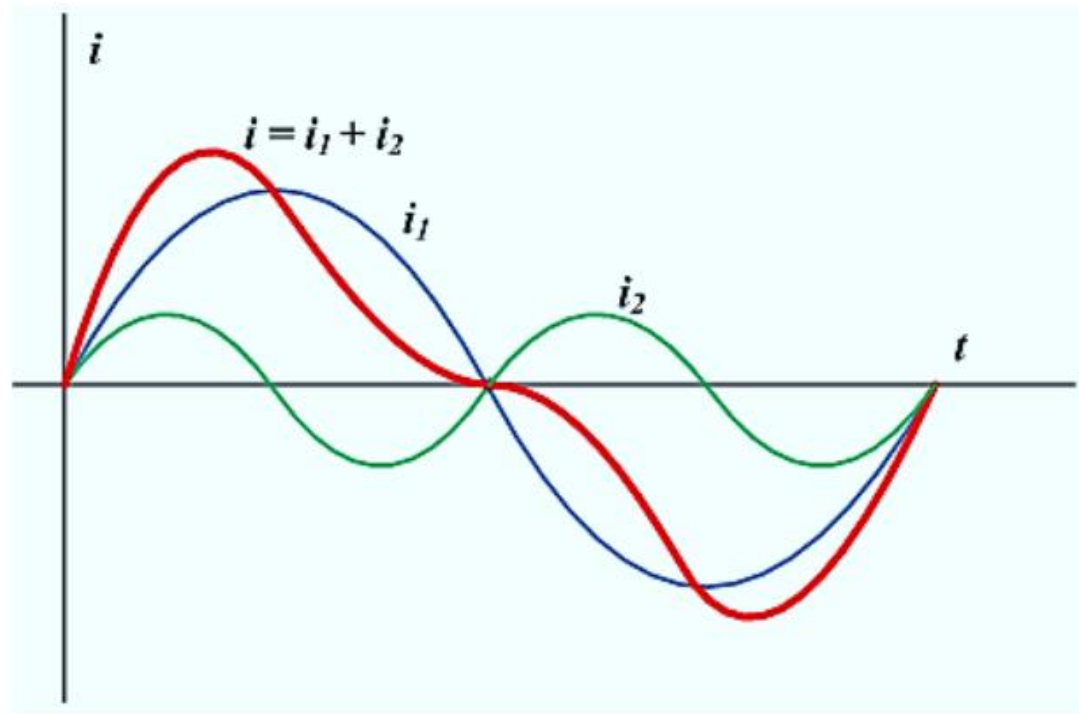
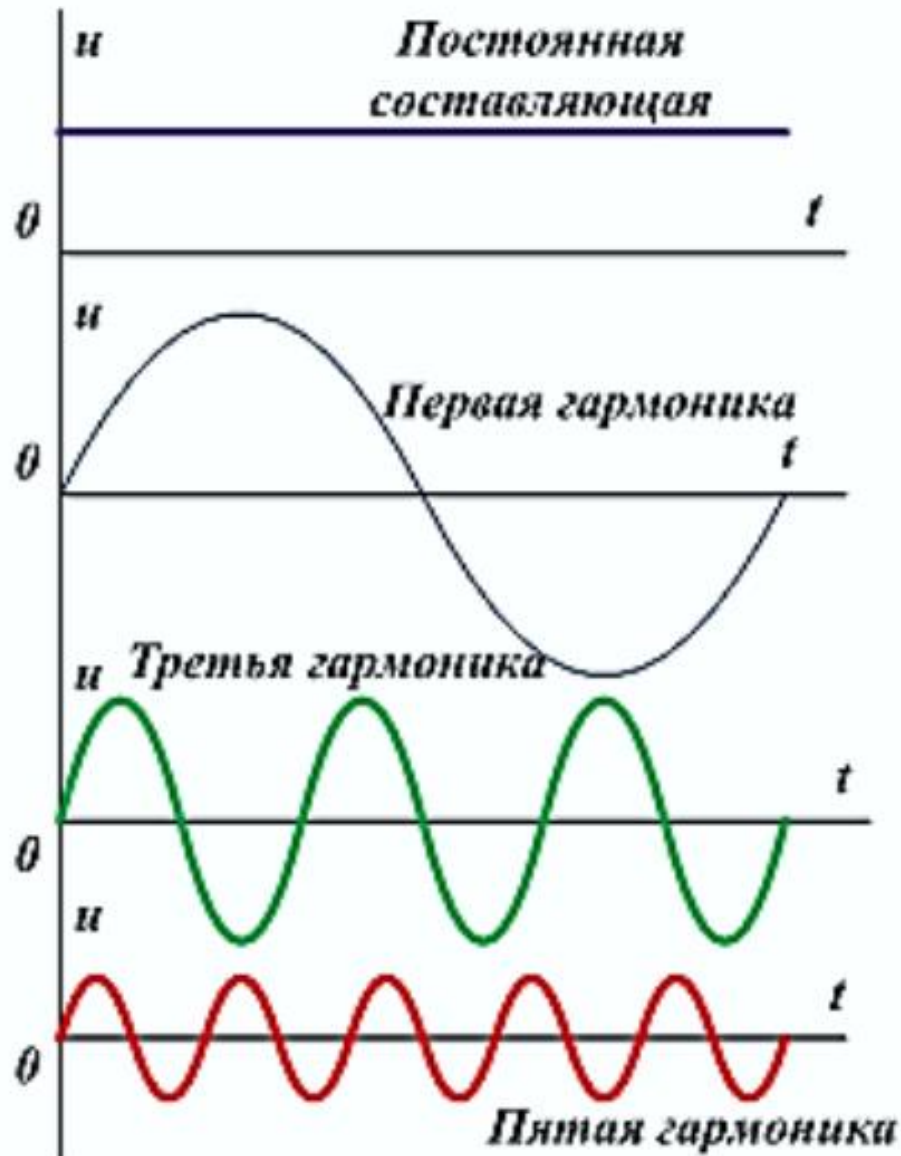
$$e(\omega t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} E_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \quad \begin{array}{l} \text{— амплитудно-фазовая форма} \\ \text{представления ряда Фурье} \end{array}$$

$$e(\omega t) = E_0 + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \sin(k\omega t) + \sum_{k=1}^n C_k \cos(k\omega t) \quad \begin{array}{l} \text{— тригонометрическая форма} \\ \text{представления ряда Фурье} \end{array}$$

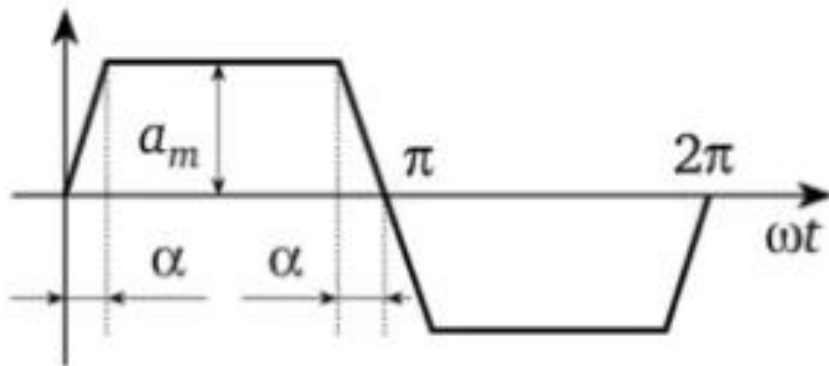
$$E_0 = \frac{1}{T} \int_0^T e(\omega t) dt, \quad B_k = \frac{2}{T} \int_0^T e(\omega t) \sin(k\omega t) dt, \quad C_k = \frac{2}{T} \int_0^T e(\omega t) \cos(k\omega t) dt.$$

$$E_{km} = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}, \quad \psi_k = \operatorname{arctg} \frac{C_k}{B_k}.$$

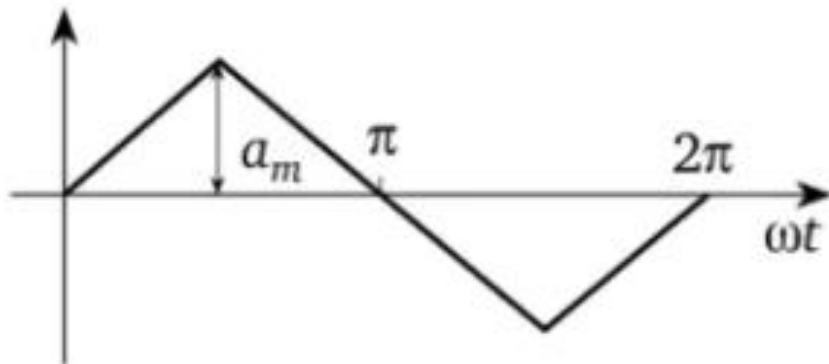
# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях



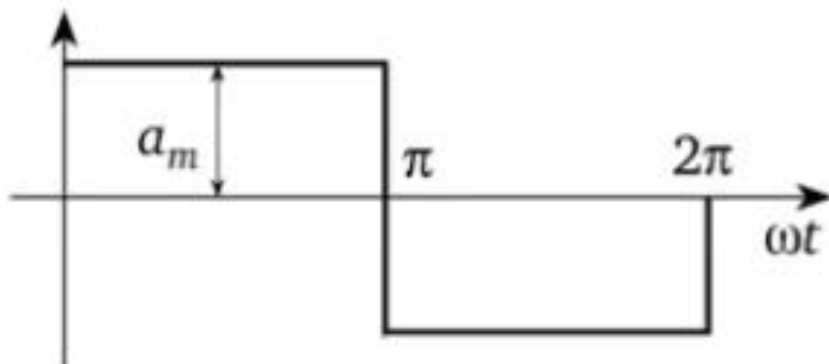
# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях



$$f(\omega t) = \frac{4a_m}{\alpha\pi} \left( \sin \alpha \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \sin 5\omega t + \dots \right)$$

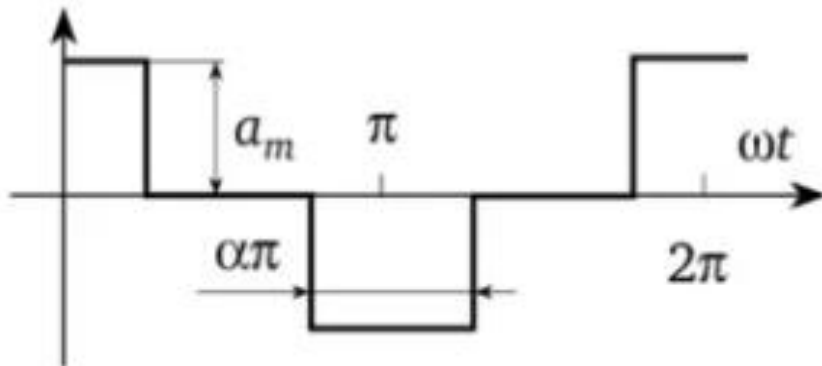


$$f(\omega t) = \frac{8a_m}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t + \dots \right)$$

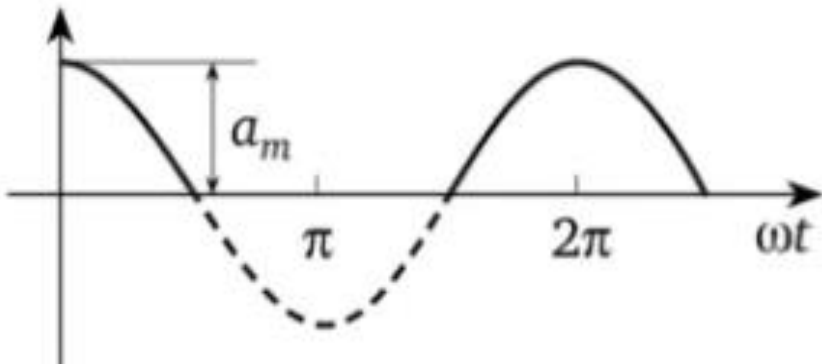


$$f(\omega t) = \frac{4a_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right)$$

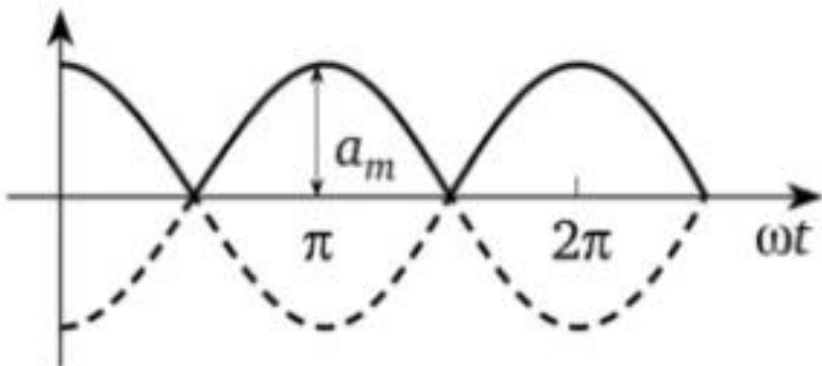
# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях



$$f(\omega t) = \frac{4a_m}{\pi} \left( \sin \frac{\alpha\pi}{2} \cos \omega t + \frac{1}{3} \sin \frac{3\alpha\pi}{2} \cos 3\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{5} \sin \frac{5\alpha\pi}{2} \cos 5\omega t + \frac{1}{7} \sin \frac{7\alpha\pi}{2} \cos 7\omega t + \dots \right)$$



$$f(\omega t) = \frac{2a_m}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \right. \\ \left. - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \dots \right)$$



$$f(\omega t) = \frac{4a_m}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \right. \\ \left. + \frac{1}{5 \cdot 7} \cos 6\omega t - \dots \right)$$



# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

Если же расчет цепи производится по комплексным значениям, то при разложении функции используют **ряд Фурье в комплексной форме**:

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{F}_{mk} e^{jk\omega_1 t},$$

где  $\dot{F}_{mk} = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jk\omega_1 t} dt = A_k + jB_k = F_{mk} e^{j\psi_k}$  — комплексная амплитуда  $k$ -й гармоники.

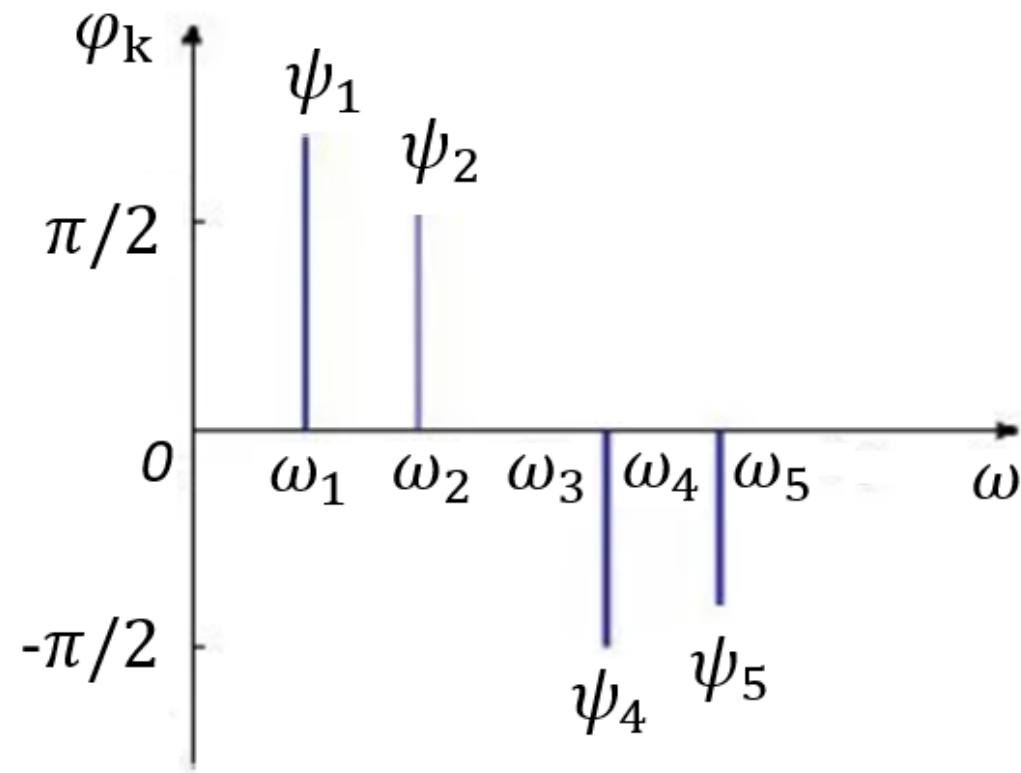
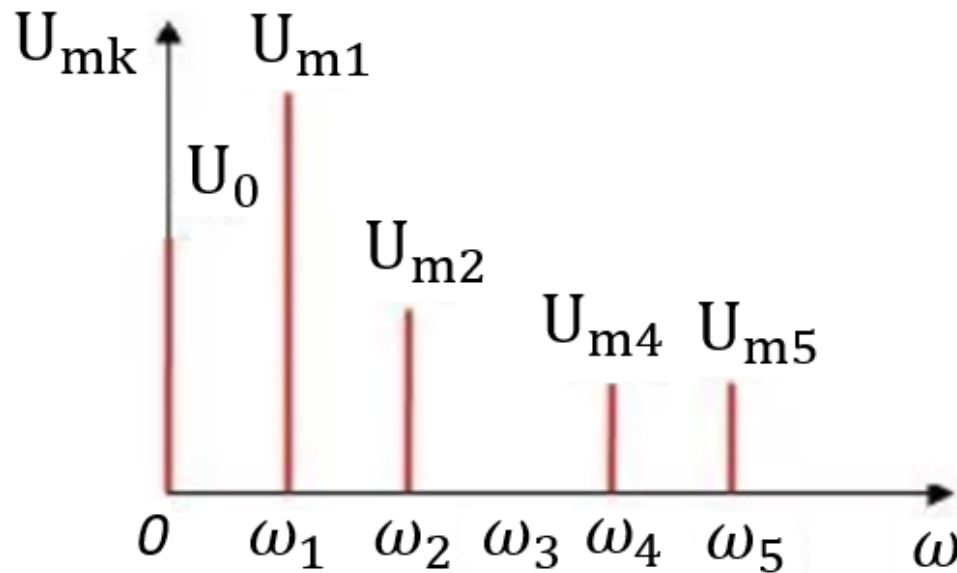
Связь между комплексным рядом Фурье и разложением по мгновенным значениям устанавливается соотношением:

$$f(t) = F_0 + \operatorname{Im} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{F}_{mk} e^{jk\omega_1 t}.$$

Зависимости  $F_{mk}$  и  $\psi_k$  от порядкового номера  $k$ -й гармоники (или от частоты  $k\omega_1$ ) принято называть **амплитудным** и **фазовым спектрами** колебаний соответственно. Для периодических несинусоидальных колебаний амплитудный и фазовый спектры имеют дискретный характер, а расстояние по оси частот между смежными спектральными линиями равно  $\omega_1$ .



# Амплитудный и фазовый спектр периодического несинусоидального тока



$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [U_{mk} \cdot \sin(k\omega_1 t + \psi_k)], \quad k = 1, 2, \dots, \infty.$$

# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

Возможность разложения периодических несинусоидальных функций в ряд Фурье позволяет свести расчет линейной цепи при воздействии на нее несинусоидальных ЭДС и/или токов источников к расчету цепей с постоянными и синусоидальными токами в отдельности для каждой гармоники. Мгновенные значения искомых токов и напряжений определяются на основе принципа наложения путем суммирования найденных при расчете гармонических составляющих напряжений и токов.

При расчете энергетических характеристик в цепях несинусоидального переменного тока, кроме мгновенных значений напряжения  $u(t)$ , тока  $i(t)$  и ЭДС  $e(t)$ , используют также **действующие значения** напряжения  $U$ , тока  $I$  и ЭДС  $E$ . Их определяют как геометрическую сумму действующих значений отдельных гармоник. В общем случае:

$$F = \sqrt{F_0^2 + \sum_{k=1}^n F_k^2},$$

где  $F_0$  – постоянная составляющая,  $F_k = F_{mk} / \sqrt{2}$  – действующее значение  $k$ -й гармоники (напряжения, тока или ЭДС).

# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

Действующие значения периодических несинусоидальных ЭДС, тока и напряжения:

$$E = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} E_k^2} = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots},$$

$$I = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}, \quad U = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots}$$

Нередко для упрощения расчетов при отсутствии постоянных составляющих несинусоидальную величину заменяют **эквивалентной синусоидальной**, действующее значение которой равно действующему значению несинусоидальной величины. Амплитуда эквивалентной синусоидальной ЭДС и среднее значение за половину периода:

$$E_m = \sqrt{2} E = \sqrt{2 \sum_{k=0}^{\infty} E_k^2}, \quad E_{cp} = \frac{2}{\pi} E_m.$$

# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

При периодическом несинусоидальном напряжении и периодическом несинусоидальном токе **активная мощность** равна сумме активных мощностей постоянной и всех гармонических составляющих напряжения и тока:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} P_k = P_0 + P_1 + P_2 + \dots$$

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots$$

При периодическом несинусоидальном напряжении и периодическом несинусоидальном токе **реактивная мощность** равна сумме реактивных мощностей всех гармонических составляющих напряжения и тока:

$$Q = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots$$

**Полная мощность** при периодических несинусоидальных токе и напряжении:

$$S = U I = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2} \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}, \quad S \neq \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad \alpha = \frac{P}{S} = \frac{P}{U I} < 1.$$

# Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях

$$P = U_1 I_1 \cos \varphi_1,$$

$$U = U_1, \quad I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} > I_1,$$

Коэффициент мощности:  $\alpha = \frac{P}{S} = \frac{U_1 I_1 \cos \varphi_1}{U I} < 1.$

$$u_k = U_{km} \sin(k \omega t + \psi_k), \quad i_k = I_{km} \sin(k \omega t + \psi_k - \varphi_k),$$

$$I_{km} = \frac{U_{km}}{Z_k}, \quad Z_k = \sqrt{R^2 + \left( k \omega L - \frac{1}{k \omega C} \right)^2}$$



# Электрические фильтры

Электрическими фильтрами называются четырехполюсники предназначенные для пропускания сигналов в определенных частотных диапазонах с возможно малым затуханием и подавления сигналов на частотах вне этих диапазонов. Полоса частот, пропускаемых фильтром без затухания или при малом затухании, называется **полосой пропускания** (или **полосой прозрачности**). Полоса частот, пропускаемых фильтром с затуханием называется **полосой задерживания** (**полосой непрозрачности** или **полосой затухания**). Частота, лежащая на границе полос пропускания и задерживания называется **частотой среза** или **граничной частотой**. Качество фильтра считается тем выше, чем ярче выражены его фильтрующие свойства, т. е. чем сильнее возрастает затухание в полосе задерживания.

**Классификация электрических фильтров** может быть проведена по различным признакам.

# Электрические фильтры

**Классификация электрических фильтров** может быть проведена по различным признакам. Например, в зависимости от пропускаемого диапазона частот различают следующие типы фильтров:

- *фильтры нижних частот (ФНЧ)* пропускают сигнал без ослабления на частотах ниже частоты среза;
- *фильтры верхних частот (ФВЧ)* не оказывают влияния на амплитуды сигналов, имеющих частоту выше частоты среза, и не пропускают сигналы с частотой ниже, чем частота среза;
- *полосно-пропускающие фильтры (полосовые) (ППФ)* пропускают сигналы, частота которых находится в интервале между нижней и верхней частотами среза и не пропускают сигналы остальных частот;
- *полосно-заграждающие фильтры (режсекторные) (ПЗФ)* не пропускают сигналы с полосой частот, заключенной в интервале между нижней и верхней частотами среза, а сигналы всех остальных частот пропускают без ослабления.

Классификацию электрических фильтров также проводят по числу реактивных элементов в схеме, по типу передаточной функции, по структуре элементов и т. д.



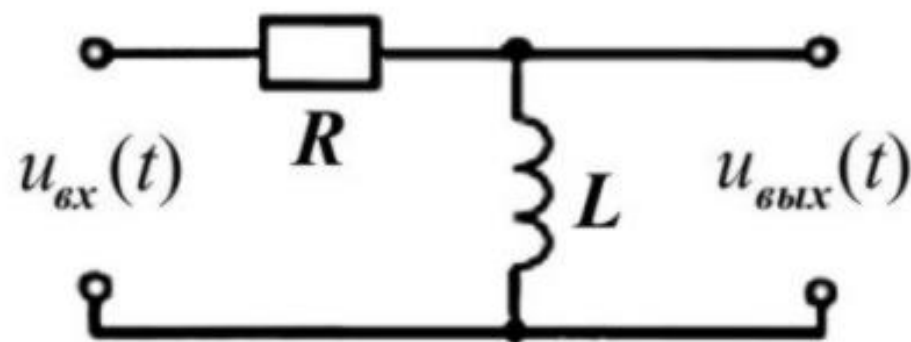
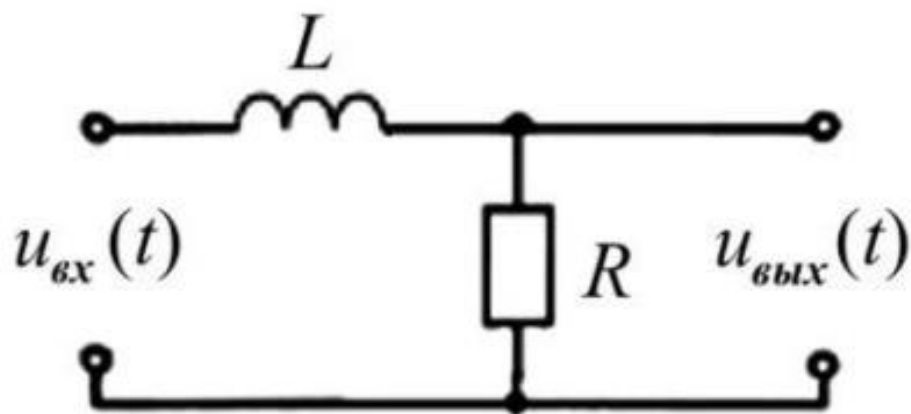
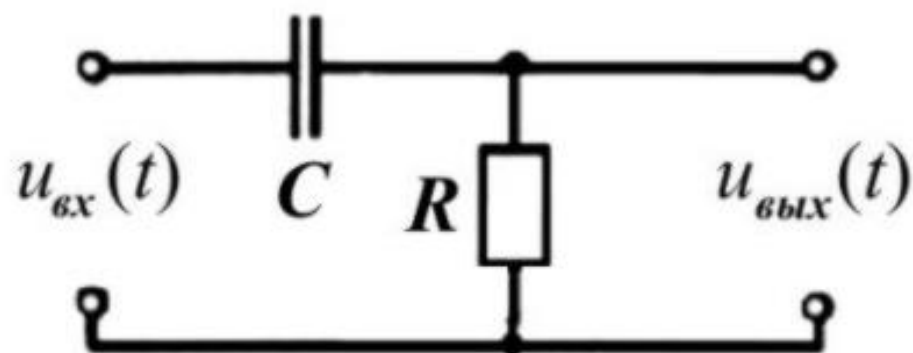
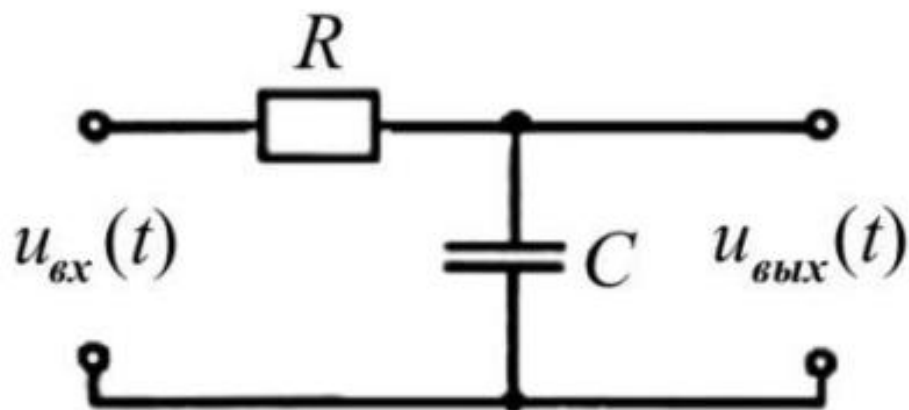
# Электрические фильтры

Электрическая цепь, содержащая индуктивность и/или емкость, обладает различными сопротивлениями для различных гармоник, так как индуктивное сопротивление  $X_{Lk} = k\omega L$  увеличивается с увеличением номера гармоники  $k$ , а емкостное  $X_{Ck} = \frac{1}{k\omega C}$  уменьшается.

Это дает возможность при заданной кривой напряжения изменять форму кривой тока путем включения электрического фильтра между источником и потребителем.

Для того, чтобы отфильтровать высшие гармоники несинусоидального напряжения, т. е. не пропустить их к потребителю, последовательно с потребителем включается индуктивность, а параллельно емкость (см. рис.). При этом, чем выше номер гармоники, тем большим сопротивлением обладает индуктивность и тем больше напряжение этой гармоники падает на индуктивном сопротивлении и тем меньшее напряжение поступает на нагрузку. Кроме того, чем выше номер гармоники (частота), тем меньше сопротивление конденсатора, тем больший ток этой частоты проходит через конденсатор, отфильтровываясь от потребителя.

# Электрические фильтры



**Рис.** Фильтры нижних частот

**Рис.** Фильтры верхних частот

Если нужно отфильтровать постоянную составляющую несинусоидального напряжения или его низкие частоты (гармоники), то в фильтрах меняют местами индуктивность и емкость.

# Электрические фильтры

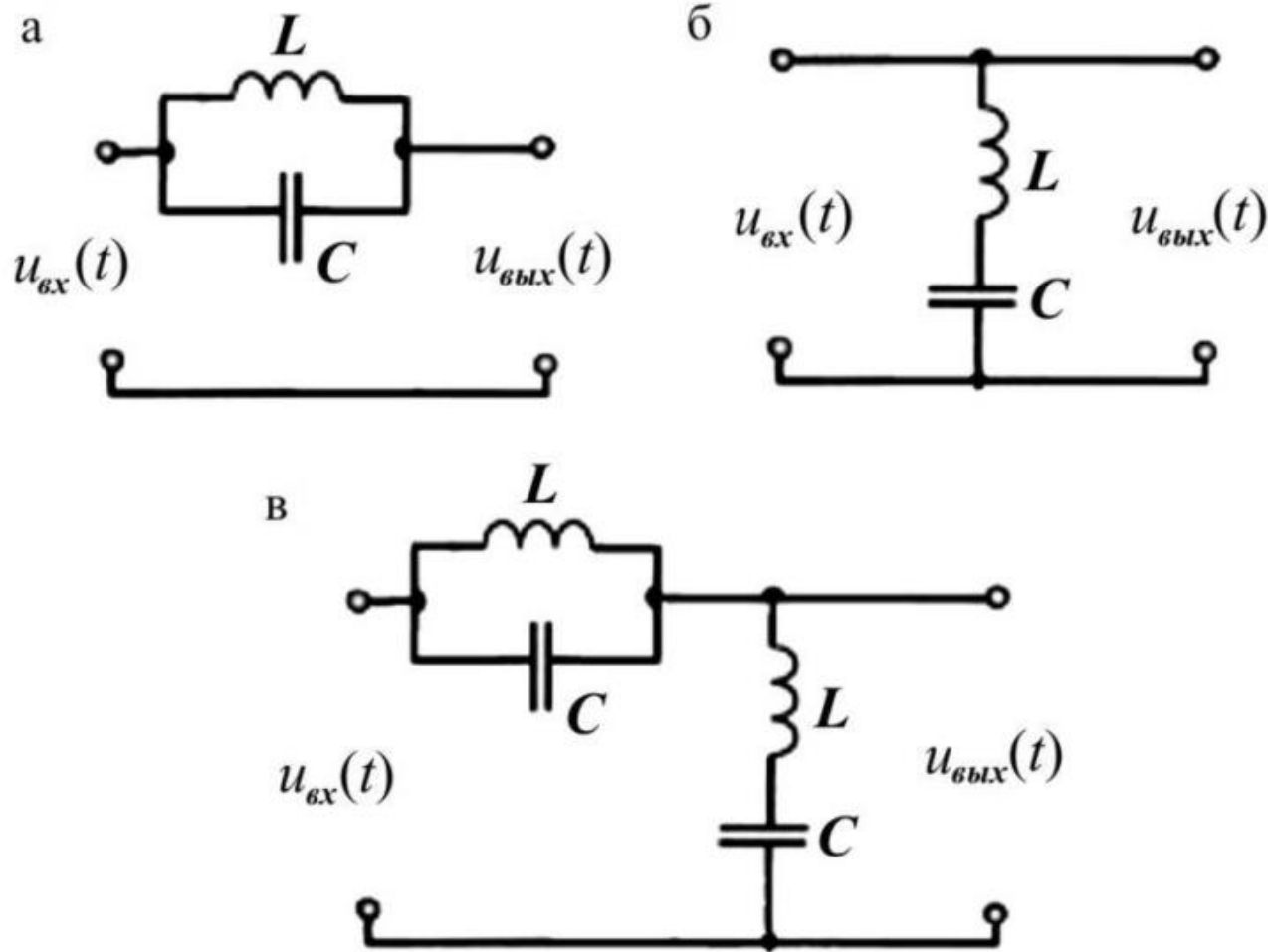
Если в напряжении, поступающем на вход фильтра, имеется  $k$ -я гармоника, которую нужно не пропустить к потребителю, то последовательно с потребителем можно включить параллельный резонансный контур (рис. а), настроенный в резонанс токов на частоту  $k$ -й гармоники. В результате этого на большом сопротивлении резонансного контура (близкого к бесконечности – при отсутствии активного сопротивления в контуре) напряжение  $k$ -й гармоники падает на контуре, не попадая на нагрузку.

Такого же эффекта можно добиться, если параллельно с потребителем включить последовательный резонансный контур (рис. б), настроенный в резонанс напряжений на частоту  $k$ -й гармоники. При резонансе напряжений сопротивление последовательного колебательного контура мало, следовательно, уменьшается напряжение  $k$ -й гармоники на нем, а значит, и на потребителе.

Одновременное включение обоих колебательных контуров (рис. в) обеспечивает значительно лучшую фильтрацию.



# Электрические фильтры

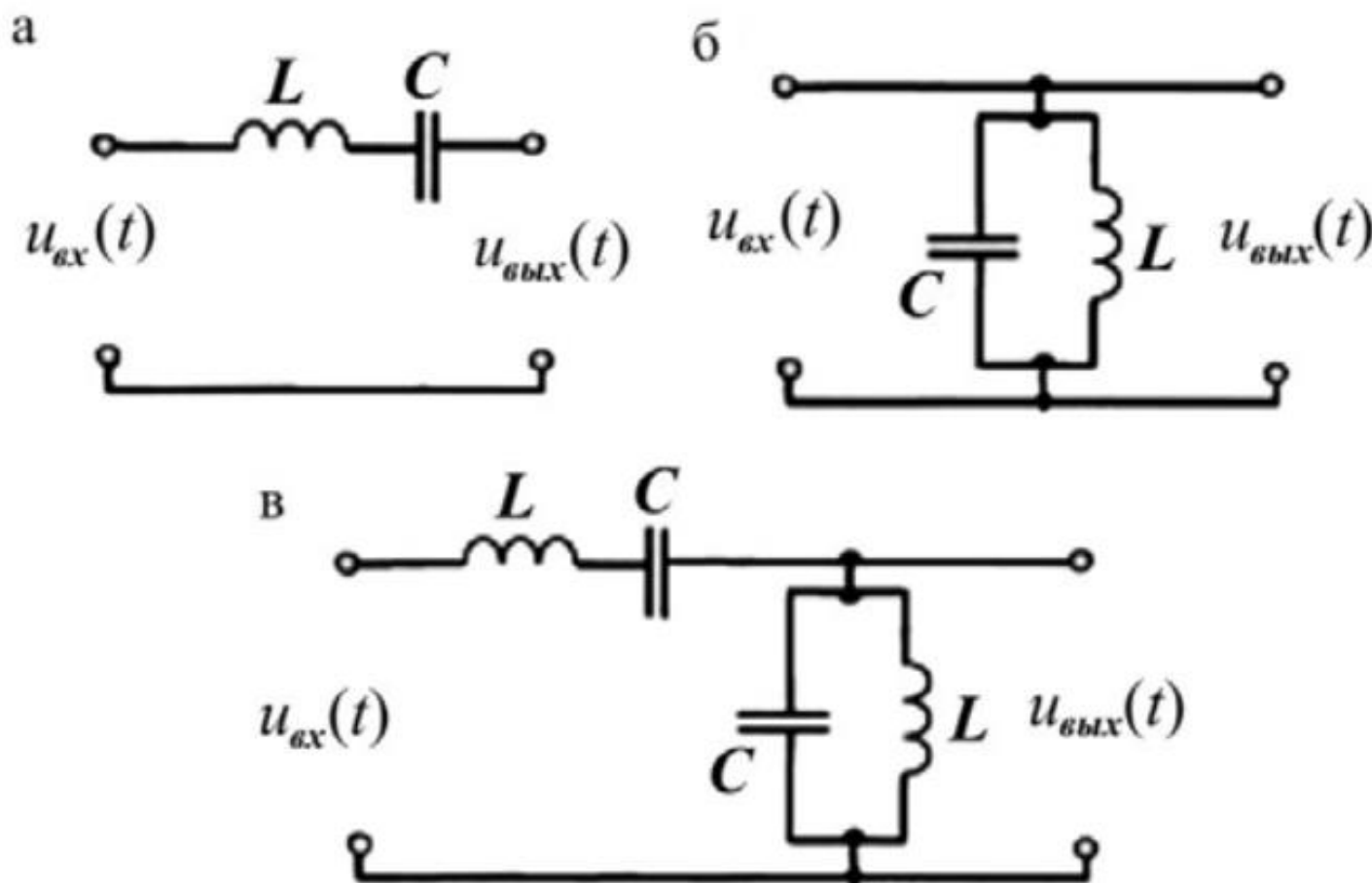


**Рис.** Полосно-заграждающие фильтры

Если нужно уменьшить или устранить сразу несколько гармоник, то включают последовательно или/и параллельно с потребителем несколько колебательных контуров, каждый из которых настраивается в резонанс определенной гармоники.

# Электрические фильтры

Если резонансные контуры поменять местами, то получаются полосовые фильтры, которые, наоборот, служат для того, чтобы пропустить к приемнику  $k$ -ю гармонику, на которую они настроены в резонанс, и не пропустить (ослабить) все другие гармоники.



**Рис.** Полосно-пропускающие фильтры

# АЧХ и ФЧХ фильтра

**Комплексная передаточная функция (коэффициент передачи)  $K(j\omega)$**  находится как отношение выходной электрической величины (напряжения или тока) к входной.

**Различают 4 вида передаточных функций:**

- передаточная функция по напряжению  $\dot{K}_U = \frac{\dot{U}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}}$ ;
- передаточная функция по току  $\dot{K}_I = \frac{\dot{I}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{I}_{\text{ВХ}}}$ ;
- передаточное сопротивление  $\dot{K}_Z = \frac{\dot{U}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{I}_{\text{ВХ}}}$ ;
- передаточная проводимость  $\dot{K}_Y = \frac{\dot{I}_{\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{\text{ВХ}}}$ ;

**В общем виде** передаточная функция:  $K(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

Зависимость модуля комплексной передаточной функции от частоты  $K(\omega)$  называется **амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)**. Частотная зависимость аргумента комплексной передаточной функции от частоты  $\varphi(\omega)$  называется **фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)**.

АЧХ и ФЧХ не зависят от значений амплитуд и начальных фаз воздействий, а определяются числом, характером, значениями и видом соединения друг с другом ее элементов. Частотные характеристики (АЧХ и ФЧХ) позволяют судить о том, колебания каких частот пропускаются электрической цепью, а какие ослабляются.

# Частотные характеристики фильтров

Частотные характеристики показывают, какие частоты пропускаются электрической цепью (после прохождения через электрический фильтр), а какие ослабляются. Основными частотными характеристиками электрических фильтров являются частота среза или полоса пропускаемых фильтром частот, коэффициент передачи, крутизна, амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики (АЧХ и ФЧХ).

**Частота среза** – это частота, на которой происходит спад амплитуды выходного сигнала до значения равного 0,7 от входного. Отношение выходной электрической величины (напряжения или тока) к входной позволяет вычислить **комплексную передаточную функцию (коэффициент передачи)**  $\dot{K}(j\omega) = |\dot{K}| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$ . Зависимость модуля комплексной передаточной функции  $|\dot{K}|$  от частоты  $\omega$  называется **амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)**, а частотная зависимость аргумента комплексной передаточной функции  $\varphi(\omega)$  – **фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)**.

АЧХ и ФЧХ не зависят от значений амплитуд и начальных фаз воздействий, а определяются числом, характером, значениями и видом соединения друг с другом ее элементов.



# Частотные характеристики

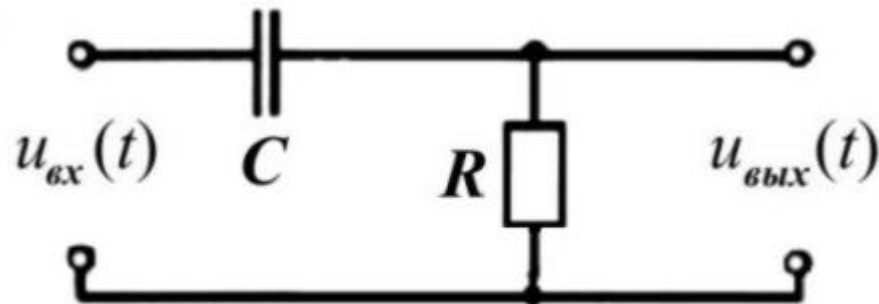
Например, для RC-цепи, изображенной на рис. , комплексная передаточная функция может быть рассчитана так:

$$\dot{K} = \frac{\dot{u}_{\text{вых}}}{\dot{u}_{\text{вх}}} = \frac{R}{R - jX_C} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}}.$$

АЧХ и ФЧХ для этой цепи будут равны, соответственно:

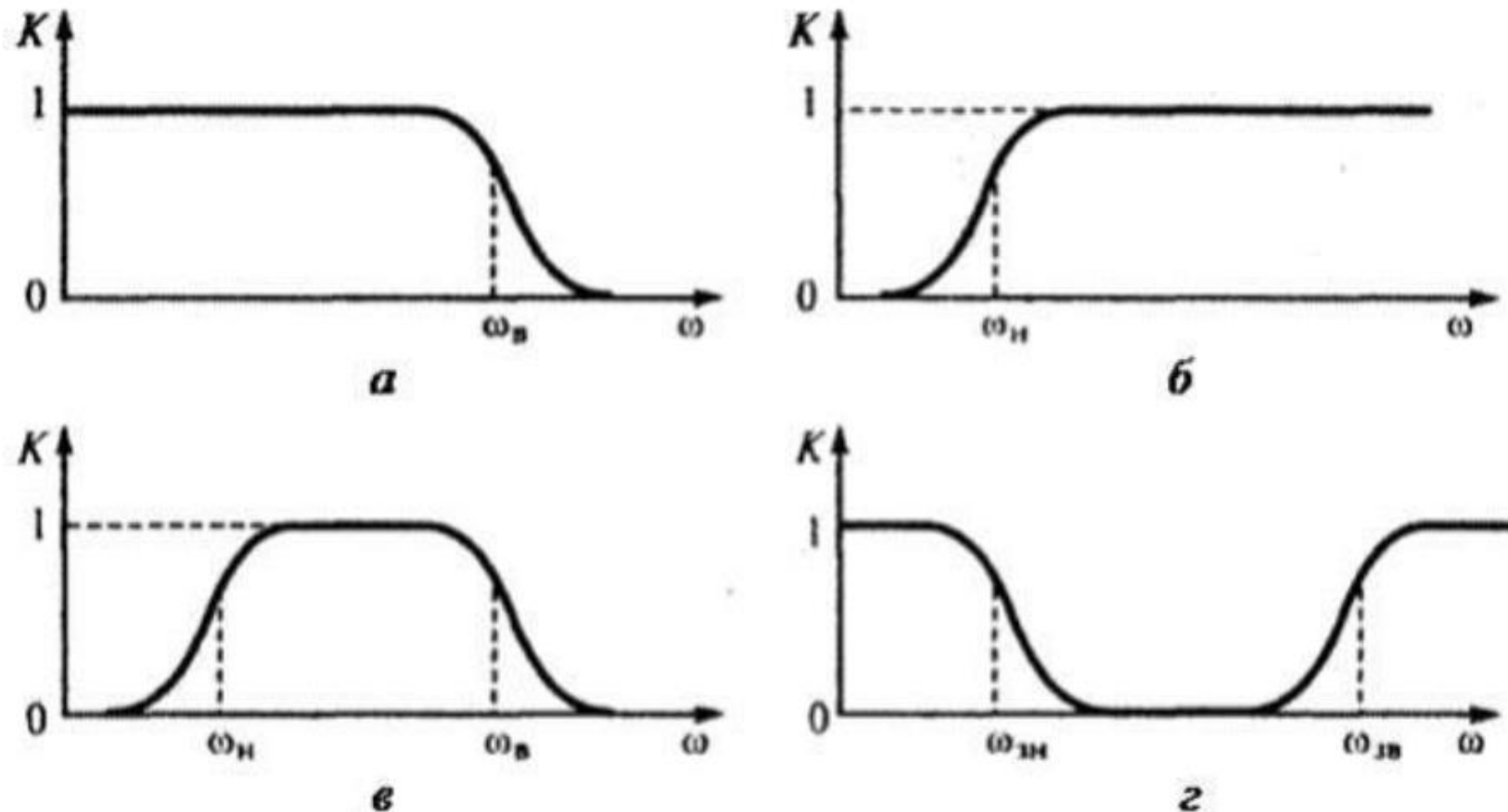
$$K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}} \quad \text{и} \quad \varphi(\omega) = \arctg \frac{1}{\omega RC}.$$

Частотные характеристики позволяют судить о том, колебания каких частот пропускаются цепью, а какие ослабляются.



**Рис.** Фильтр верхних частот

# Частотные характеристики



**Рис.** АЧХ пассивных электрических фильтров:

*a* – ФНЧ; *б* – ФВЧ; *в* – ППФ; *г* – ПЗФ

На практике часто приходится строить АЧХ и ФЧХ в логарифмическом масштабе. ЛАЧХ и ЛФЧХ – это зависимость коэффициента модуля комплексной передаточной функции и фазы, соответственно, от частоты в логарифмическом масштабе. В этом случае коэффициент передачи определяют в децибелах (дБ).

# Электрические фильтры

Практическое применение электрических фильтров весьма широко и разнообразно. Они применяются как в радиотехнике и технике связи, где имеют место токи достаточно высоких частот, так и в силовой электронике и электротехнике. Так, в радиоприемнике из сигналов многочисленных радиостанций фильтры выделяют сигнал одной принимаемой станции. В энергетических системах при передаче сигналов телеуправления, телеизмерении и автоконтроля по линиям электропередачи высокого напряжения фильтры отделяют эти сигналы от тока промышленной частоты (50 Гц). В установках частотного телеуправления многими объектами, например на газопроводах, железнодорожном транспорте и др. фильтры выделяют сигналы управления, предназначенные каждому объекту. При организации по воздушным линиям электропроводной связи одновременно несколько телефонных разговоров (высокочастотная телефонная связь) на приемной станции устанавливаются фильтры для разделения телефонных сигналов отдельных абонентов. Кроме того, широкое применение они находят в области распознавания речи.

# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

Электрическая цепь переменного тока, в которой действует одна ЭДС, называется **однофазной**. В многофазной цепи имеется несколько ЭДС одинаковой частоты, сдвинутых друг относительно друга по фазе. Так, в двухфазной цепи две ЭДС, в трёхфазной – три и т.д. Объединяемые цепи синусоидального тока принято называть **фазами**, а всю объединенную систему цепей – **многофазной системой**. Замена нескольких несвязанных однофазных цепей одной цепью позволяет уменьшить число проводов.

Наибольшее распространение получила трехфазная система. **Трёхфазная цепь** состоит из трех типов элементов: источника электрической энергии (трехфазного генератора), линии передачи и приёмников.

Источниками электрической энергии в таких цепях являются трехфазные генераторы, состоящие как бы из трёх самостоятельных генераторов, размещенных в одном корпусе. На электрических станциях трёхфазная система ЭДС образуется на зажимах трехфазного синхронного генератора.

# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

**Модель трёхфазного генератора** схематически изображена на рисунке. Обмотки генератора состоят из трёх катушек, каждая из которых изображена двумя витками, оси витков катушек сдвинуты относительно друг друга на один и тот же угол  $2\pi/3$ . Начала катушек обозначены буквами А, В и С, а концы – Х, У, Z.

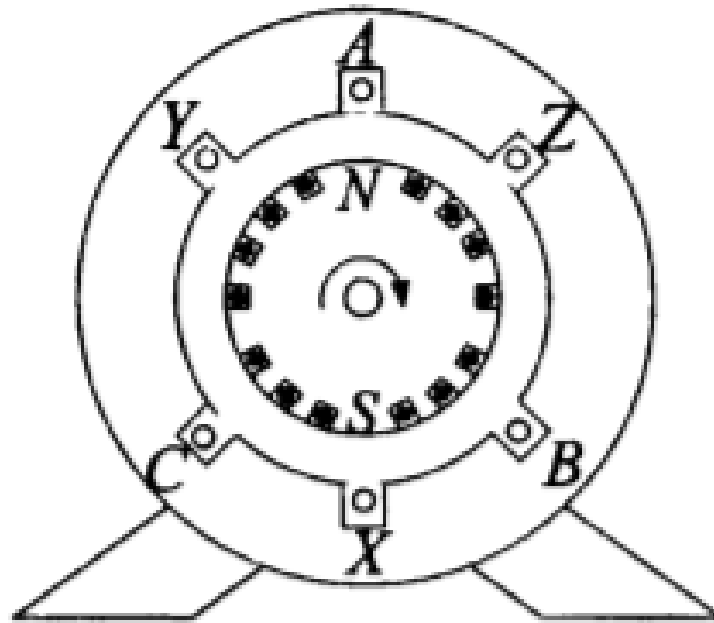
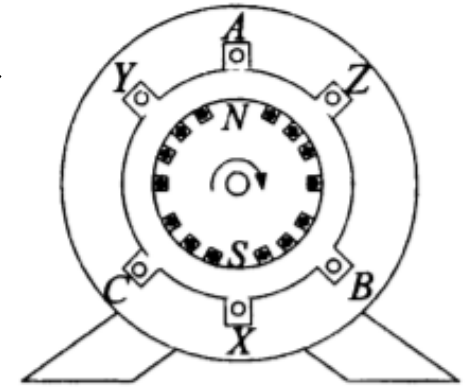


Рис. Условное изображение модели трехфазного генератора

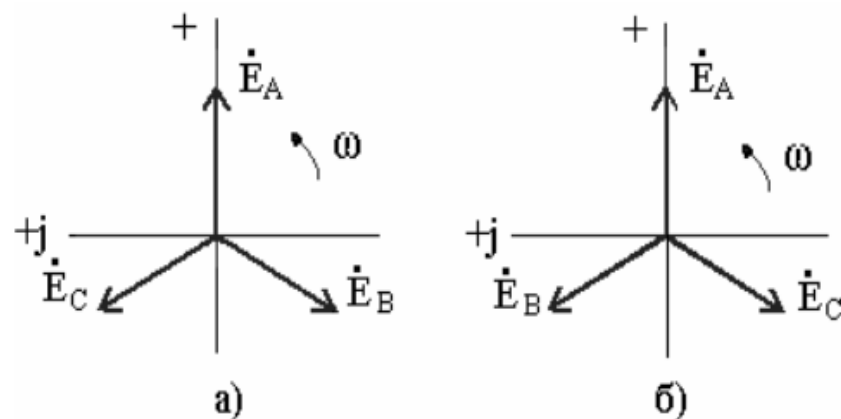
# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока



На вращающейся части генератора (**роторе**) располагают обмотку, которую подключают к источнику постоянного тока. Ток этой обмотки создает поток, постоянный (неподвижный) относительно ротора, но вращающийся вместе с ним с постоянной частотой. Вращение ротора осуществляется каким-либо двигателем. Благодаря конструктивным приемам магнитный поток в воздушном зазоре между статором и ротором распределяется по синусоидальному закону по окружности. Поэтому при вращении ротора вращающийся вместе с ним магнитный поток пересекает проводники обмоток статора (А-Х, В-У, С-Z) и индуцирует в них синусоидальную ЭДС. Максимальные (амплитудные) значения всех ЭДС и их частоты будут одинаковыми, так как число витков фазных обмоток одинаково и ЭДС индуцируется одним потоком.



# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока



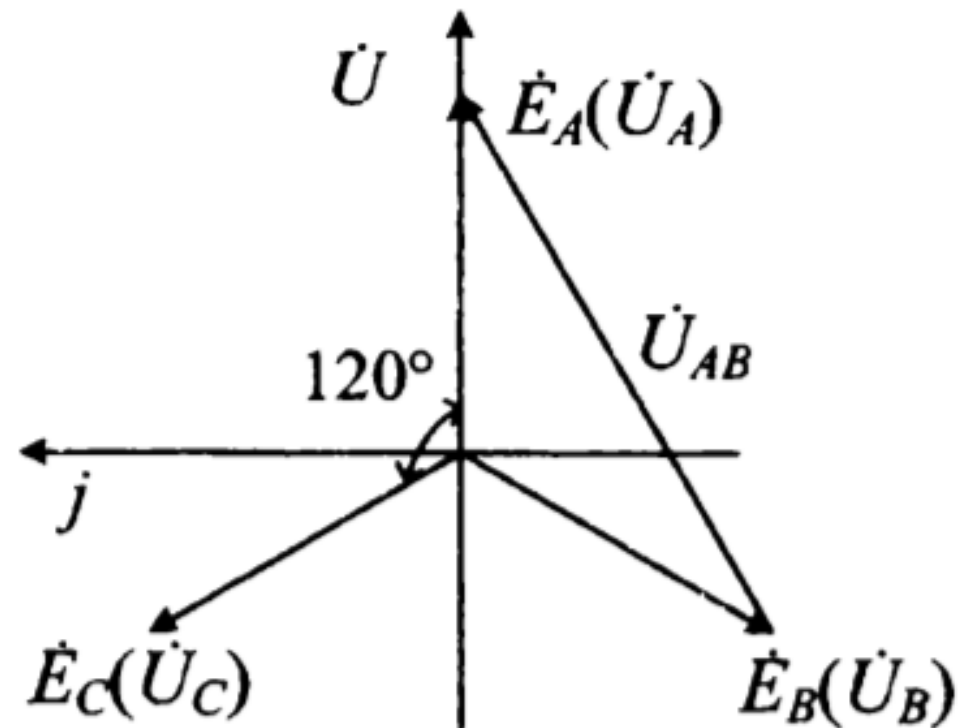
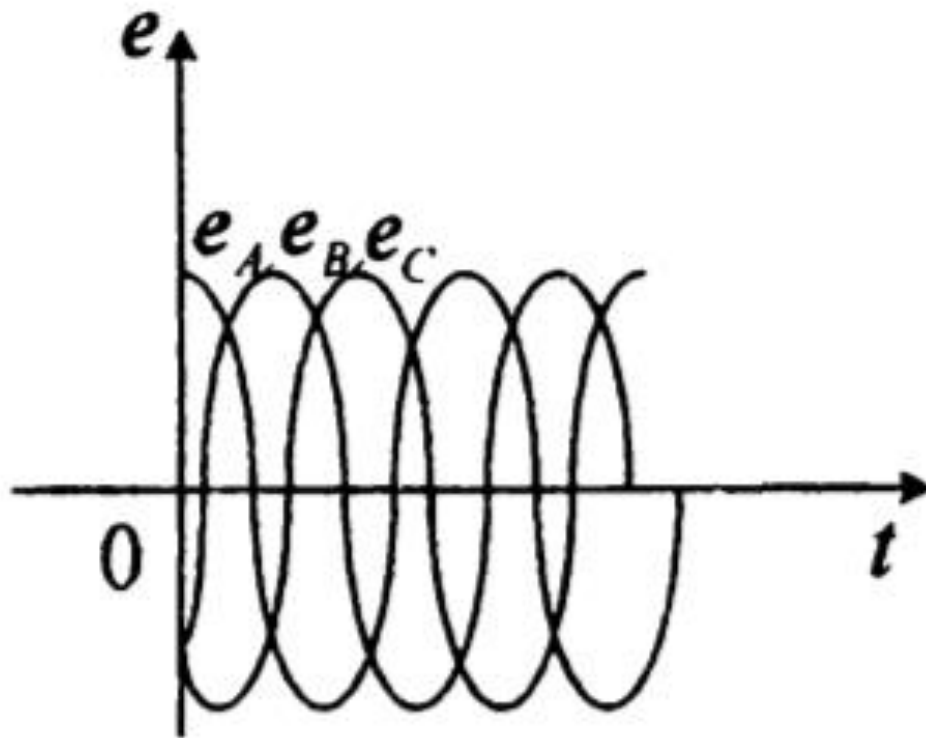
Следует отметить, что чередование во времени фазных ЭДС зависит от направления вращения ротора генератора относительно трехфазной обмотки статора. При вращении ротора по часовой стрелке полученная симметричная трехфазная система ЭДС имеет *прямое* чередование (А – В – С) (рис.а). При вращении ротора против часовой стрелки образуется также симметричная трехфазная система ЭДС. Однако чередование фазных ЭДС во времени изменится. Такое чередование называется *обратным* (А – С – В) (рис.б).

Чередование фазных ЭДС важно учитывать при анализе трехфазных цепей и устройств. Например, последовательность фаз определяет направление вращения трехфазных двигателей, и т.п. Для практического определения последовательности фаз используются специальные приборы – *фазоуказатели*.

По умолчанию при построении трехфазных цепей и их анализе принимается прямое чередование фазных ЭДС трехфазного источника.

# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

Под трехфазной **симметричной** системой ЭДС понимают совокупность трех синусоидальных ЭДС **одинаковой частоты и амплитуды**, сдвинутых по фазе на угол  $120^\circ$ . Графики мгновенных значений и векторная диаграмма ЭДС трехфазного генератора изображены на рисунках ниже.

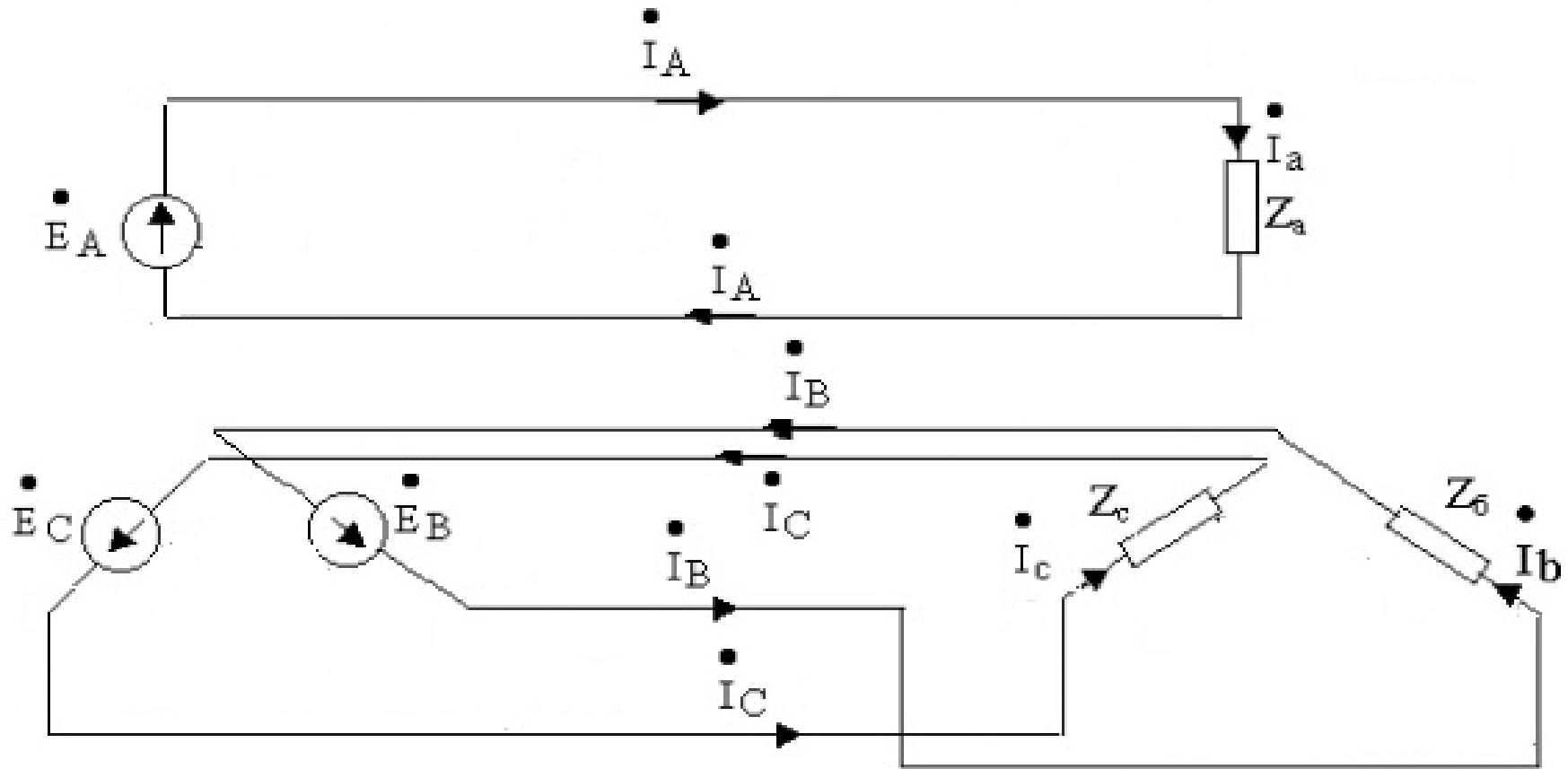


# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

Под **трёхфазной электрической цепью** понимают совокупность трёхфазной ЭДС, трёхфазной нагрузки и соединительных проводов. Отдельная часть многофазной системы получила название **фазы** (иногда под фазой понимают участок трёхфазной цепи с одинаковым током). Фазы трёхфазного генератора принято обозначать первыми буквами латинского алфавита: **A, B, C**. Каждая фаза трёхфазного генератора может являться источником питания для однофазного приёмника.

В период зарождения трёхфазных систем предпринимались попытки использовать **несвязанную систему**, в которой фазы обмотки генератора не были электрически соединены между собой и каждая фаза соединялась со своим приёмником двумя проводами. Такие системы не получили применения вследствие их неэкономичности: для соединения генератора с приемником требовалось шесть проводов.

# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока



$$e_A = E_m \sin(\omega t), \quad e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad e_C = E_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

$$\dot{E}_A = E, \quad \dot{E}_B = E e^{-j120^\circ}, \quad \dot{E}_C = E e^{j120^\circ}.$$

# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

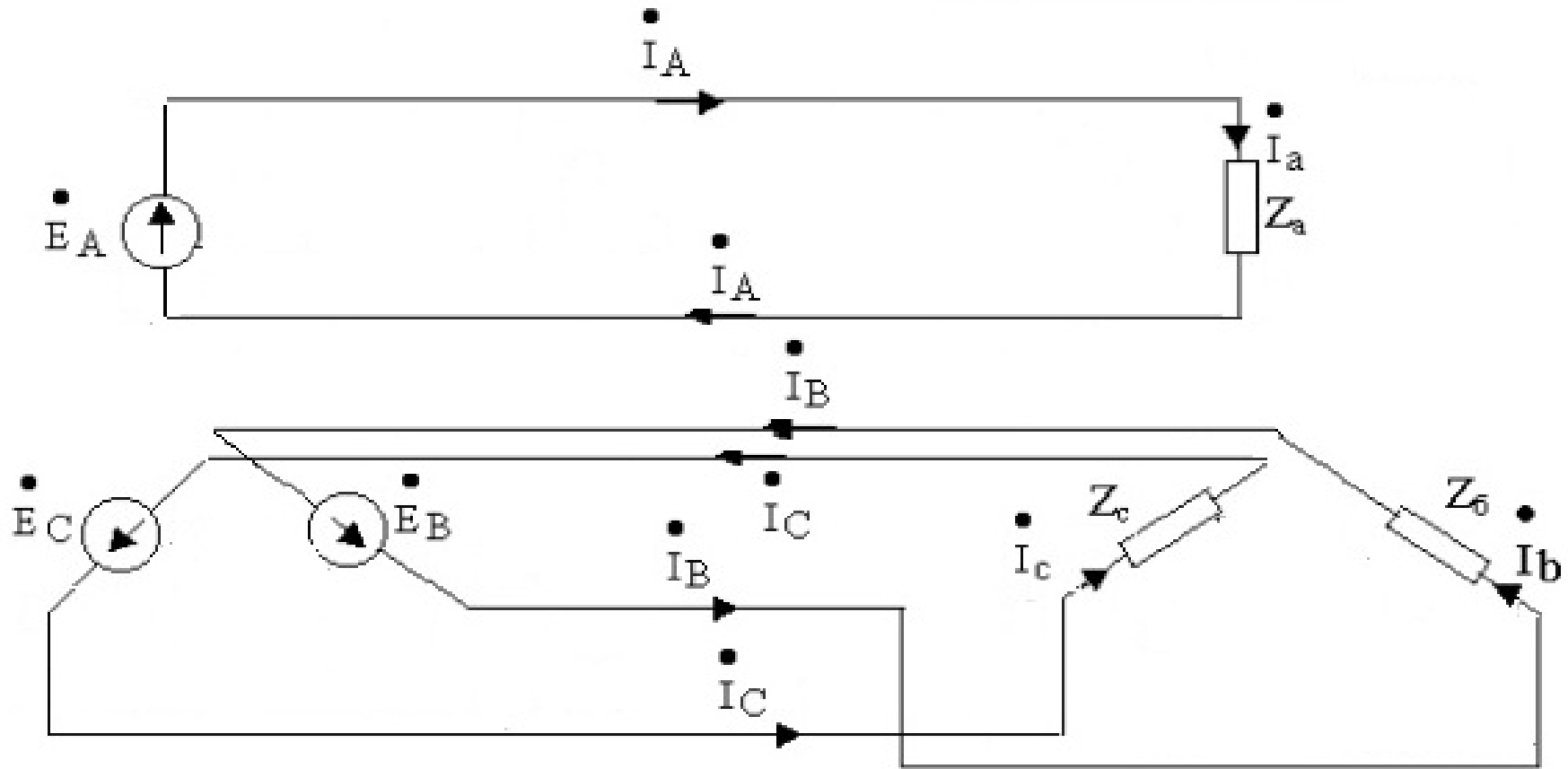
Вполне естественным было стремление ученых и инженеров сократить число проводов трехфазной электрической цепи. Для этого в фазы генератора гальванически связывают между собой. Различают **два вида соединений**: в звезду и в треугольник.

Логическим путём было осуществлено объединение трёх обратных проводов в один, так возникла связанная система, соединенная **звездой**, у которой концы фаз X, Y, Z соединяются в один общий узел O, называемый **нейтральной точкой** генератора. При соединении в звезду система может быть **трёх- и четырёхпроводной**.

В результате этого достигается экономия материалов проводов и по сравнению с несвязанной трехфазной электрической цепью исключаются потери энергии от токов в обратных проводах.

Важной особенностью трехфазных цепей является наличие двух напряжений — фазного и линейного. **Фазным** называют **напряжение** между началом и концом каждой фазы, а **линейным** — между началами двух фаз. Ток, протекающий через обмотку, называют **фазным током**.

# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

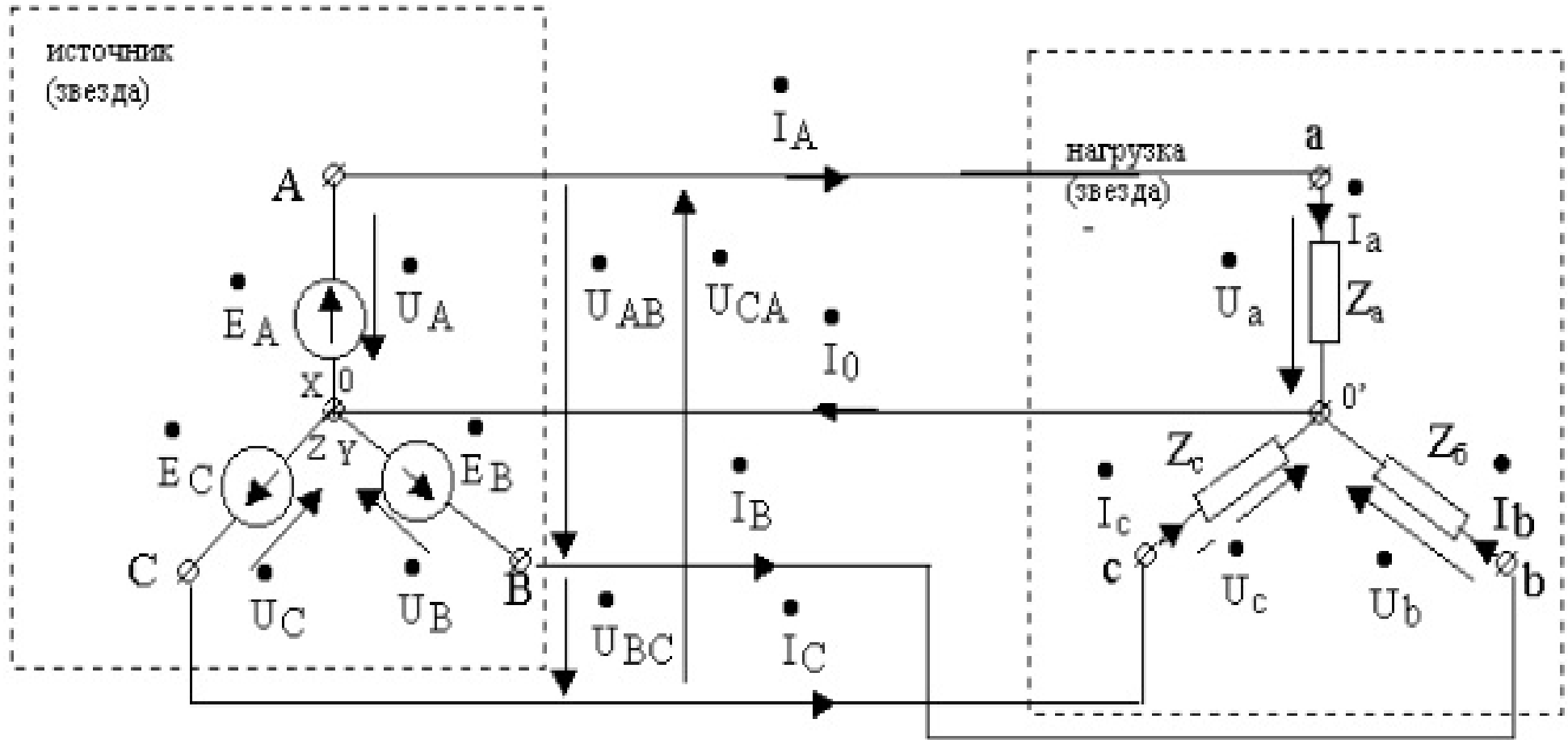


$$e_A = E_m \sin(\omega t), \quad e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad e_C = E_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

$$\dot{E}_A = E, \quad \dot{E}_B = E e^{-j120^\circ}, \quad \dot{E}_C = E e^{j120^\circ}.$$



# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой



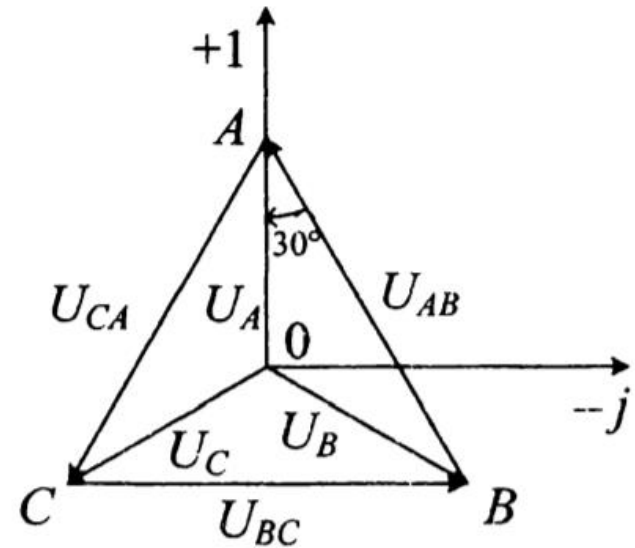
**Фазные напряжения** обозначают  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ . Ток, протекающий через обмотку, называют **фазным током** ( $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ). **Линейные напряжения** обозначают  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ .

# Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

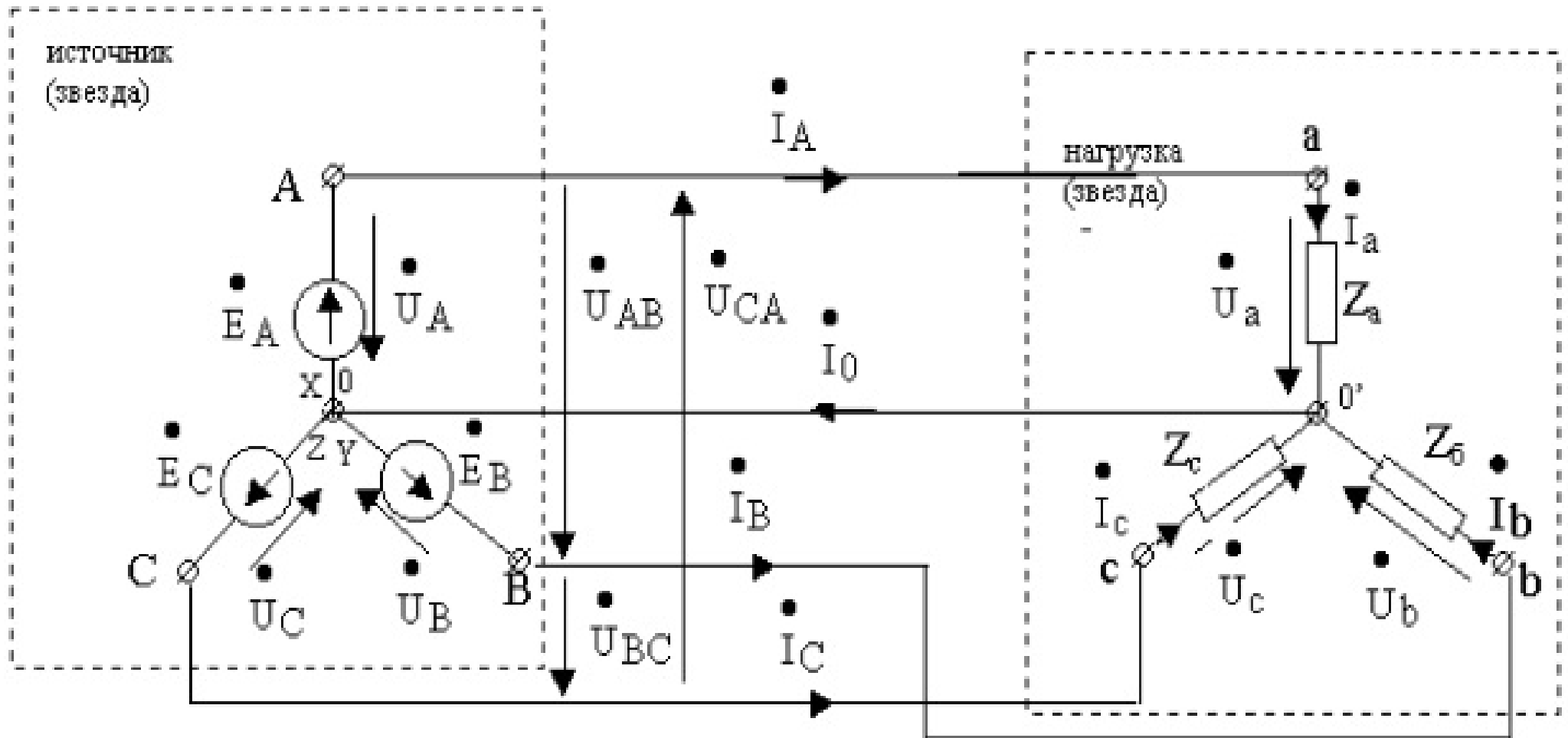
К важным особенностям следует отнести **выбор направлений токов** в обмотках генератора, фазных и линейных **напряжений**.

- За положительное направление фазных напряжений принимают направление от начала к концу фаз обмоток.
- За положительное направление тока в обмотках принято направление от конца к началу фаз обмоток.
- За положительное направление линейных напряжений принимают направление от фазы к фазе согласно прямому чередованию фаз (обозначают  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ .)

Рис. Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений трехфазного генератора, обмотки которого соединены звездой.



# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой



$$I_l = I_\phi, \quad U_l = \sqrt{3} U_\phi.$$

# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой

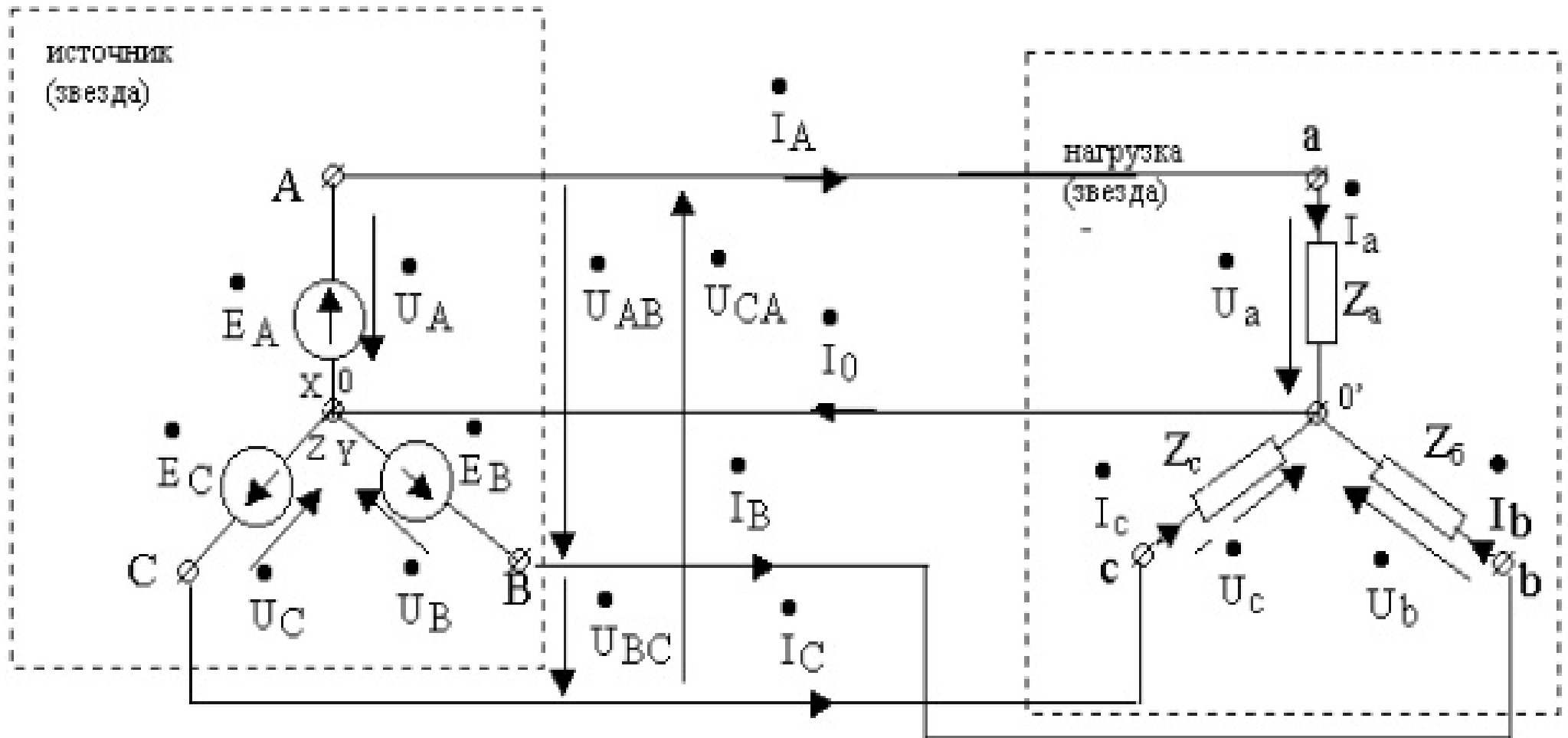
**Линейным** называется провод, соединяющий начала фаз обмотки генератора и приемника. Точка, в которой концы фаз соединяются в общий узел, называется **нейтральной** (на рис. О и О' – соответственно нейтральные точки генератора и нагрузки).

Провод, соединяющий нейтральные точки генератора и приемника, называется **нейтральным проводом** (на рис. ОО'). Трехфазная система при соединении в звезду без нейтрального провода называется **трёхпроводной**, с нейтральным проводом – **четырёхпроводной**.

Все величины, относящиеся к фазам, носят название **фазных** переменных (соответственно у них указываются нижние индексы А, В, С), а величины, относящиеся к линии, носят названия **линейных** (соответственно у них указываются нижние индексы АВ, ВС, СА).

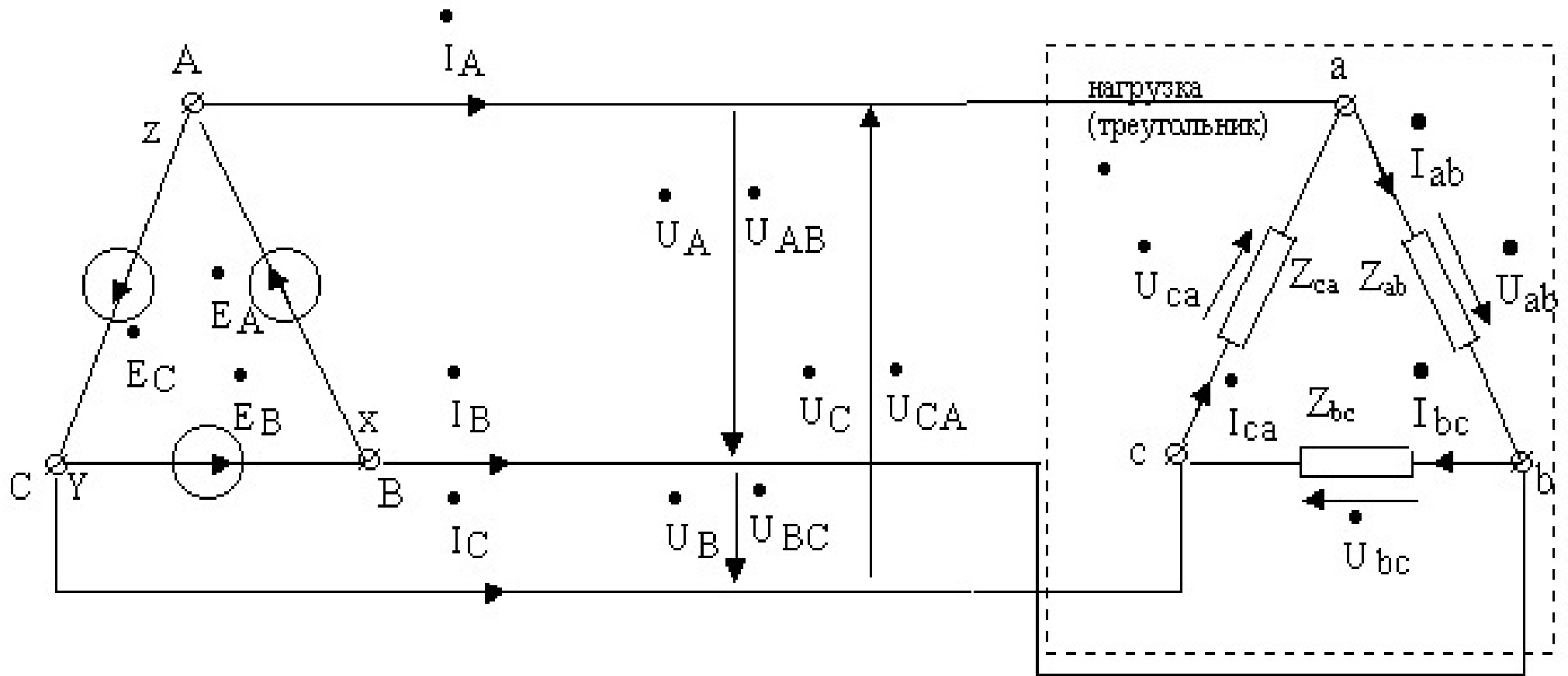
Зависимость между этими величинами находится с помощью законов Кирхгофа.

# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой



$$I_l = I_\phi, \quad U_l = \sqrt{3} U_\phi.$$

# Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником



$$U_l = U_\phi, \quad I_l = \sqrt{3} I_\phi.$$



# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой

Таким образом, вместо 6 проводов трехфазная система, выполненная по схеме звезда с нулевым проводом содержит 4 провода. Следовательно, трехфазная электрическая цепь обеспечивает передачу электрической энергии с меньшими потерями и с меньшим расходом материала проводов при одинаковой мощности. В этом состоит главное **преимущество** трехфазных цепей перед однофазными.

В России для фазы А используется **желтый** провод, для фазы В — **зеленый**, для фазы С — **красный**, нейтральный провод делают **голубым** или **синим**.

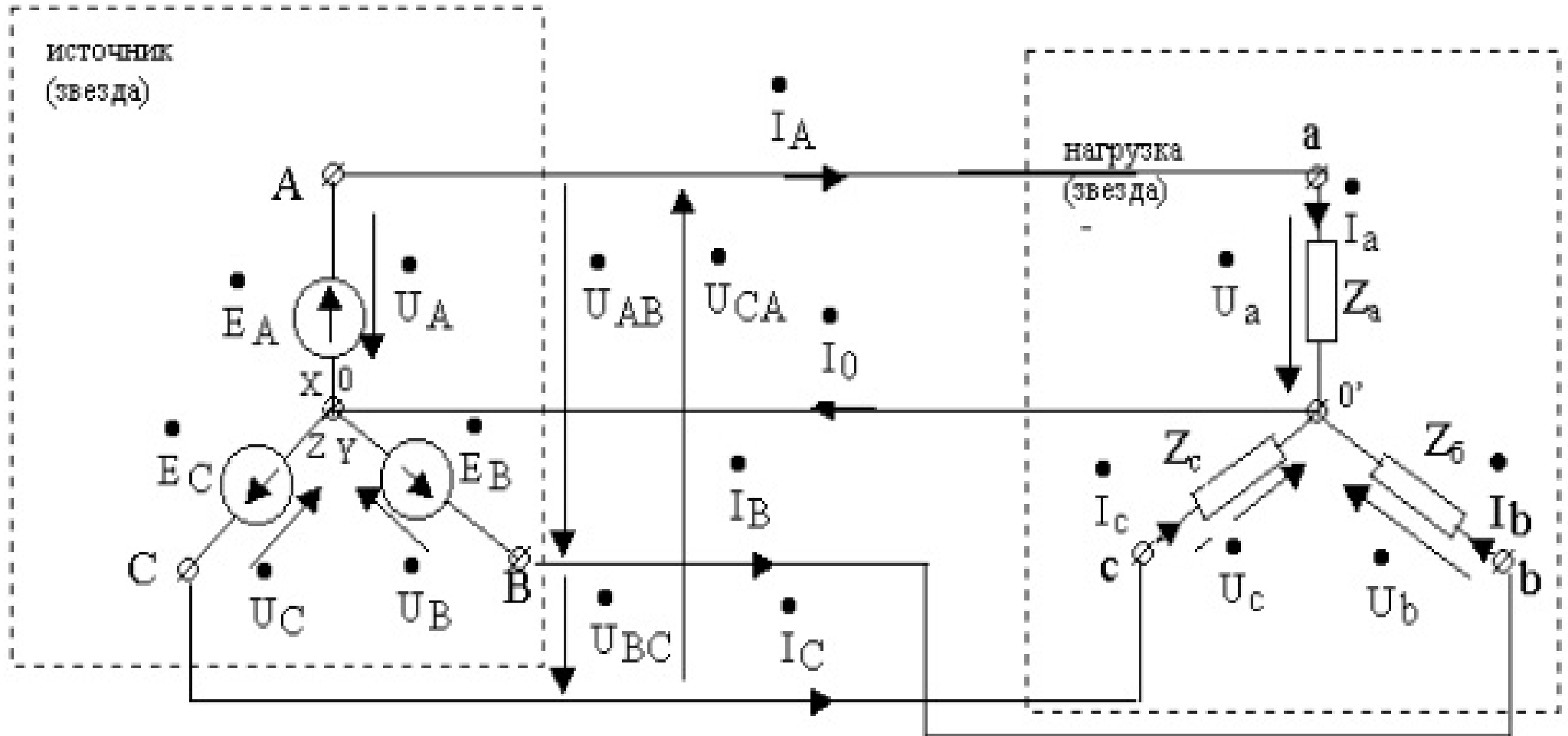
В России используются стандарты фазных и линейных напряжений трехфазных цепей на частоте 50 Гц:

$$1) U_{\phi} = 220 \text{ В}, U_{\text{л}} = 380 \text{ В};$$

$$2) U_{\text{л}} = 220 \text{ В}, U_{\phi} = 127 \text{ В}.$$

Наличие напряжений двух уровней (фазного и линейного), на которые можно переходить путем простого переключения, является преимуществом трехфазного генератора по сравнению с однофазным.

# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой



$$I_l = I_\phi, \quad U_l = \sqrt{3} U_\phi.$$

# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой

При соединении фаз приемника «звездой» возникает ток в нейтральном проводе  $I_n$ , положительное направление которого принимают от приемника к источнику.

Рассмотрим четырехпроводную цепь с симметричной системой напряжений и несимметричной нагрузкой, когда  $\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$ .

Фазные напряжения приемника при включенном нейтральном проводе будут равны фазным напряжениям источника, то есть

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A; \dot{U}_b = \dot{U}_B; \dot{U}_c = \dot{U}_C.$$

Ток в фазах приемника можно определить по закону Ома для каждой фазы:

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a}; \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b}; \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c},$$

а значение тока в нейтральном проводе определяется первым законом Кирхгофа для нейтральной точки n:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$$

# Классификация приемников в трехфазной цепи

Приемники, включаемые в трехфазную цепь, могут быть либо однофазными, либо трехфазными. К однофазным приемникам относятся электрические лампы накаливания и другие осветительные приборы, различные бытовые приборы, однофазные двигатели и т.д. К трехфазным приемникам относятся трехфазные асинхронные двигатели и индукционные печи. Причем, способ соединения фаз приемника не зависит от способа соединения фаз трехфазного генератора.

Приемники делятся на

- *симметричные*

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = Ze^{j\varphi}$$

Комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников равны между собой.

- *несимметричные*

$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c \neq Ze^{j\varphi} \text{ (в общем случае).}$$

Комплексные сопротивления фаз трехфазных приемников разные.

# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой

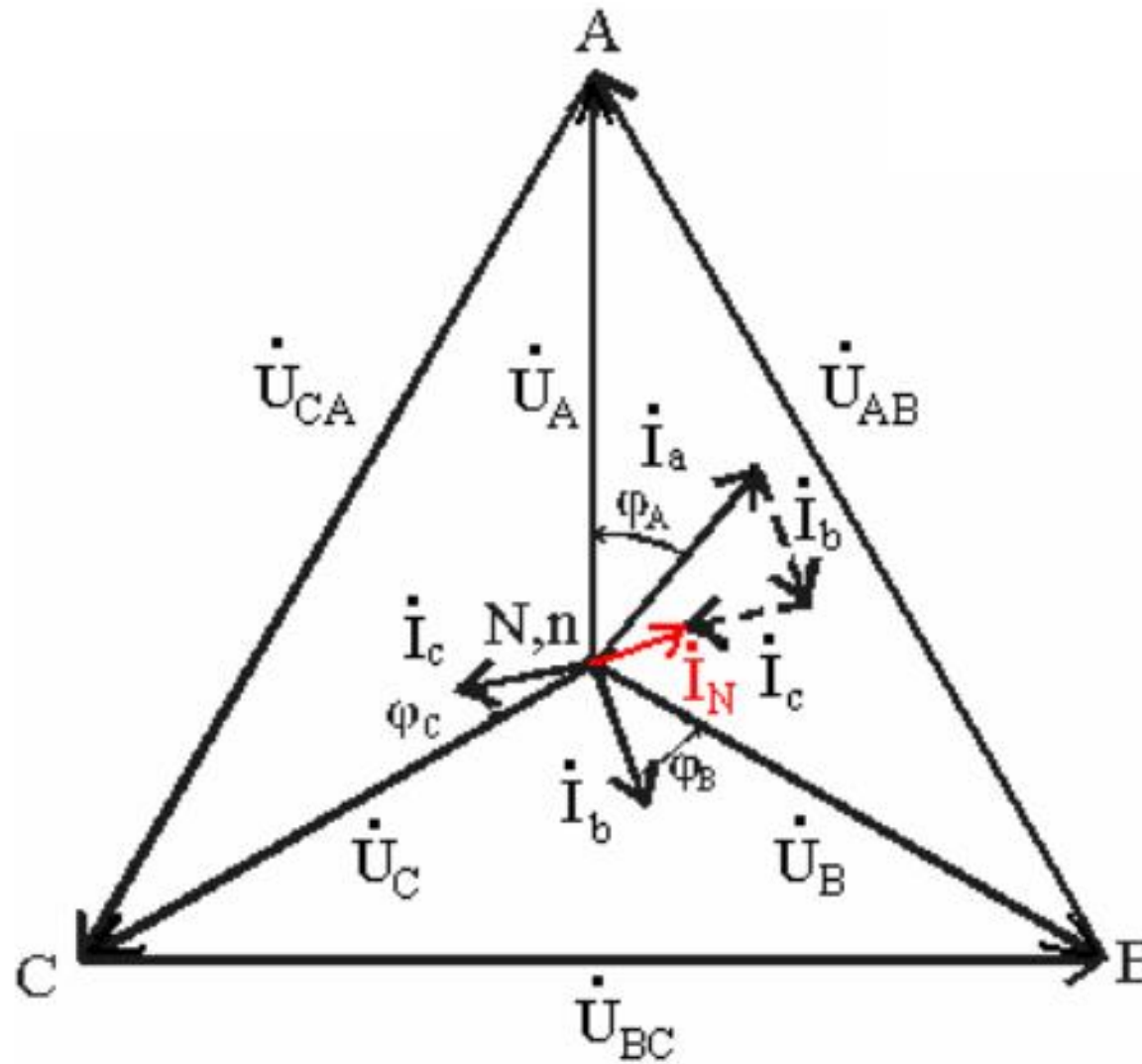
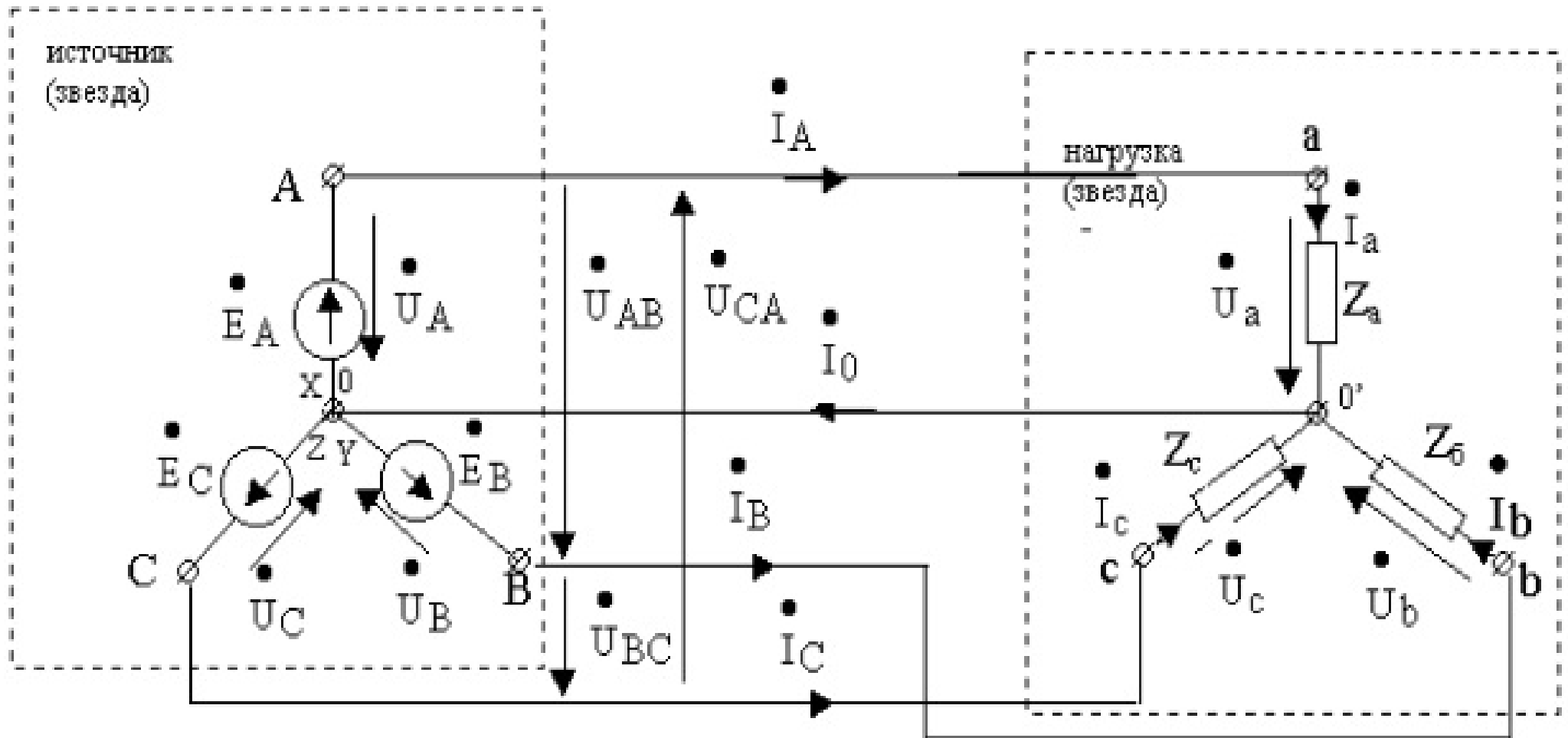


Рис. Векторная диаграмма при соединении трехфазного приемника  
"звездой" при несимметричной нагрузке

# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой



$$I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}, \quad U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}}.$$



# Электрические трехфазные цепи соединенные звездой

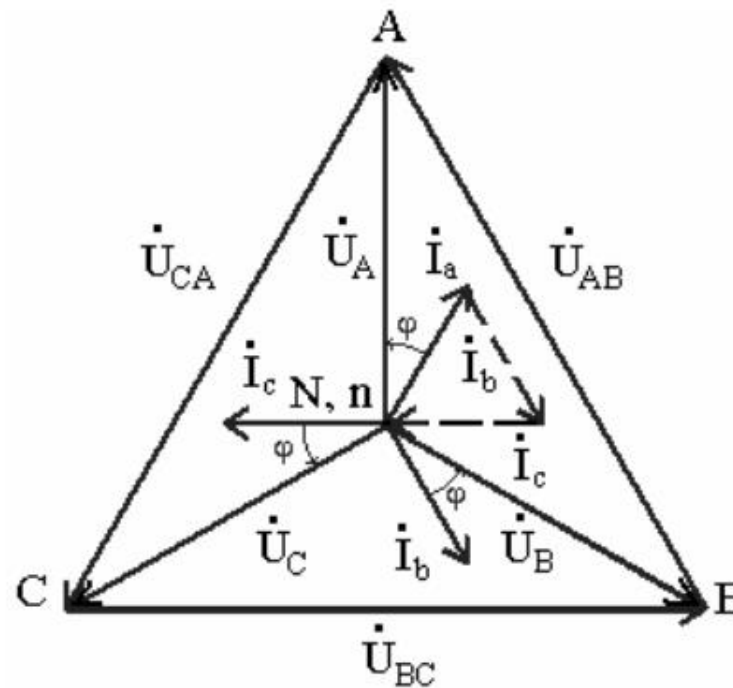


Рис. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз симметричного приемника в звезду.

Ток в нейтральном проводе в соответствии  $\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c$ .

Сложив векторы фазных токов, получаем  $\dot{I}_N = 0$ . Следовательно *при соединении в звезду фаз симметричного приемника нейтральный провод не оказывает влияния на работу цепи и может быть исключен*. Т.е. при симметричном приемнике может использоваться трехпроводная трехфазная цепь.

# Значение нейтрального провода

При достаточной протяженности нейтрального провода он обладает существенным сопротивлением, которое оказывает определенное влияние на работу цепи. Это учтено в схеме введением в нейтральный провод резистора с сопротивлением нейтрального провода  $Z_N$ . При появлении тока в нейтральном проводе это сопротивление обуславливает дополнительное напряжение  $\dot{U}_{nN}$ , которое искажает напряжения фаз приемника.

На основании II закона Кирхгофа для контура фазы А, обозначенного пунктиром можно записать

$$-\dot{U}_A + \dot{U}_a + \dot{U}_{nN} = 0$$

Для двух других фаз можно записать аналогичные уравнения, из которых получим:

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_{nN}; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN}; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN}.$$

Фазные напряжения источника образуют симметричную систему. Очевидно, что при этом фазные напряжения приемника несимметричны.

# Значение нейтрального провода

Напряжение  $\dot{U}_{nN}$  между нейтралями приемника и источника согласно методу узлового напряжения

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_a + \dot{E}_B \underline{Y}_b + \dot{E}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}$$

где  $\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a}$ ;  $\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b}$ ;  $\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c}$  – комплексные проводимости фаз приемника;

$\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$  – комплексная проводимость нейтрального провода.

Поскольку напряжения фаз источника равны их ЭДС, то выражение для  $\dot{U}_{nN}$  примет вид

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N}.$$

При небольшом сопротивлении нейтрального провода проводимость  $\underline{Y}_N$  можно принять равной бесконечности. Тогда напряжение  $U_{nN} = 0$ , т.е. фазные напряжения приемника не искажаются и остаются симметричными, равными фазным напряжениям источника. С возрастанием сопротивления нейтрального провода напряжение  $U_{nN}$  также возрастает и фазные напряжения приемника искажаются.

# Значение нейтрального провода

Зная фазные напряжения приемника, можно определить ток в каждой фазе

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a}; \dot{I}_b = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b}; \dot{I}_c = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c},$$

значение тока в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_{nN}}{\underline{Z}_N} = \underline{Y}_N \dot{U}_{nN}$$

или в соответствии с первым законом Кирхгофа  $\dot{I}_N = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ .

## *Роль нейтрального провода при симметричном приемнике*

При симметричном приемнике сопротивления и проводимости фаз одинаковы:  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{\pm j\varphi}$  или  $\underline{Y}_a = \underline{Y}_b = \underline{Y}_c = \underline{Y}_\phi$

В этом случае

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_\phi (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}{3\underline{Y}_\phi + \underline{Y}_N} = 0.$$

Сумма фазных напряжений симметричного источника:  
 $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$  и, следовательно,  $\dot{I}_N = 0$ .



# Значение нейтрального провода

## *Роль нейтрального провода при симметричном приемнике*

При симметричном приемнике сопротивления и проводимости фаз одинаковы:  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{\pm j\varphi}$  или  $\underline{Y}_a = \underline{Y}_b = \underline{Y}_c = \underline{Y}_\phi$

В этом случае

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_\phi (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)}{3\underline{Y}_\phi + \underline{Y}_N} = 0.$$

Сумма фазных напряжений симметричного источника:  $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$  и, следовательно,  $\dot{I}_N = 0$ .

Кроме того, так как  $\dot{U}_{nN} = 0$ , то  $\dot{U}_a = \dot{U}_A$ ;  $\dot{U}_b = \dot{U}_B$ ;  $\dot{U}_c = \dot{U}_C$ .

Т.е. при симметричном приемнике, соединенном "звездой", нейтральный провод не оказывает влияния на его работу. При этом остается справедливым соотношение  $\dot{U}_L = \sqrt{3}\dot{U}_\phi$ ,  $\dot{U}_\phi = \dot{U}_L / \sqrt{3}$ , полученное ранее для трехфазного генератора.

# Значение нейтрального провода

*Трехпроводная электрическая цепь при несимметричном приемнике, соединенном "звездой"*

При отсутствии нейтрального провода можно принять его сопротивление бесконечно большим, а проводимость равной нулю ( $\underline{Y}_N = 0$ ).

При этом напряжение смещения нейтрали  $\dot{U}_{nN}$  оказывается максимальным:

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c},$$

При этом искажения фазных напряжений приемника  
Векторы фазных напряжений можно определить и  
векторную (топографическую) диаграмму фазных на  
питания и  $\dot{U}_{nN}$  (рис.).

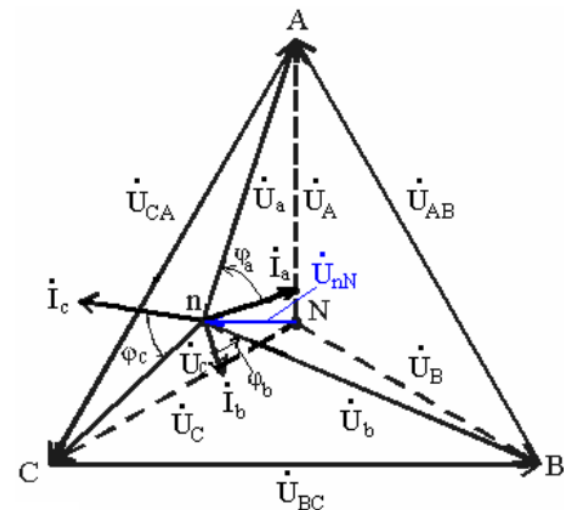


Рис. Напряжение смещения нейтрали



# Значение нейтрального провода

*Трехпроводная электрическая цепь при несимметричном приемнике, соединенном "звездой"*

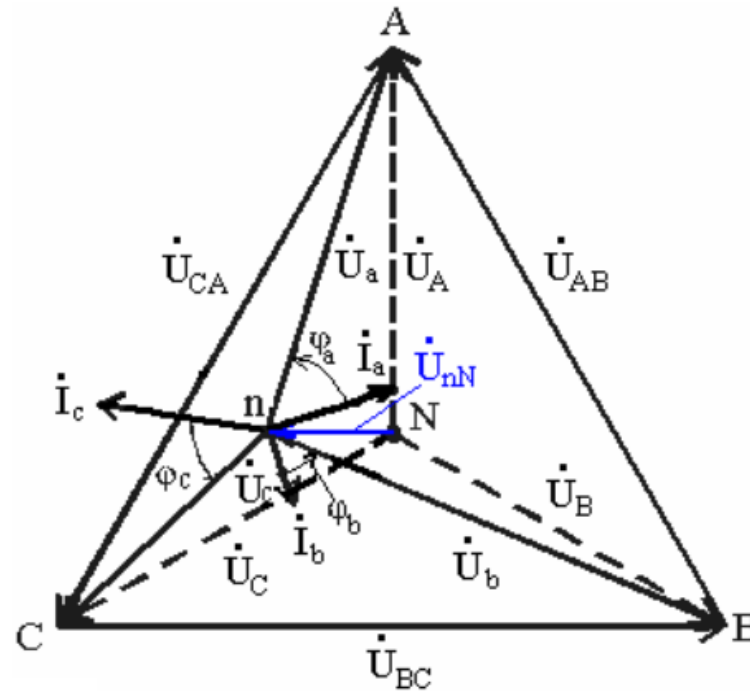


Рис. Напряжение смещения нейтрали

При изменении величины (или характера) фазных сопротивлений напряжение смещений нейтрали  $\dot{U}_{nN}$  может изменяться в широких пределах. При этом нейтральная точка приемника  $n$  на диаграмме может занимать разные положения, а фазные напряжения приемника  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$  и  $\dot{U}_c$  могут отличаться друг от друга весьма существенно.

# Значение нейтрального провода

Таким образом, при симметричной нагрузке нейтральный провод можно удалить и это не повлияет на фазные напряжения приемника. При несимметричной нагрузке и отсутствии нейтрального провода фазные напряжения приемника уже не связаны жестко с фазными напряжениями генератора, так как на нагрузку воздействуют только линейные напряжения генератора. Несимметричная нагрузка в таких условиях вызывает несимметрию ее фазных напряжений  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$  и смещение ее нейтральной точки  $n$  из центра треугольника напряжений (смещение нейтрали).

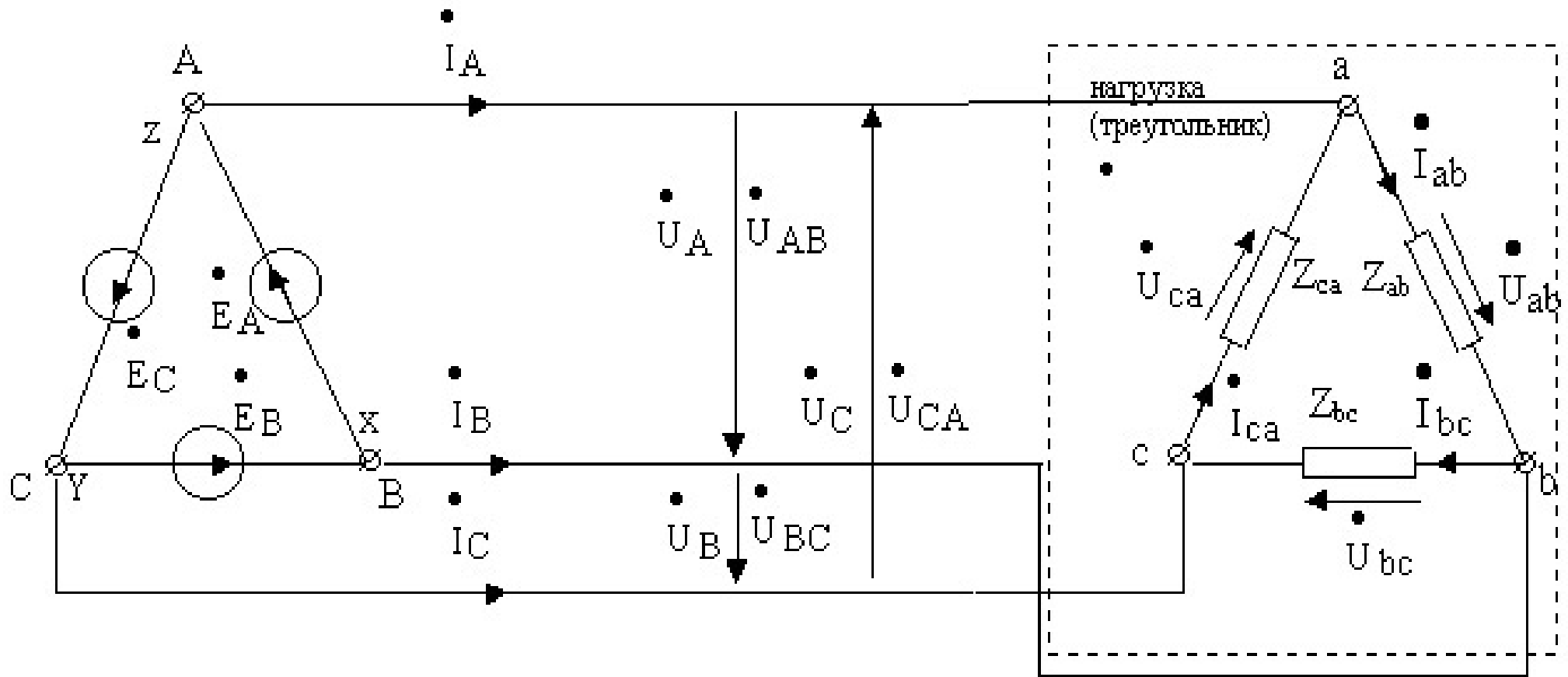
Направление смещения нейтрали зависит от последовательности фаз системы и характера нагрузки.

Поэтому нейтральный провод необходим для того, чтобы:

- выравнивать фазные напряжения приемника при несимметричной нагрузке;
- подключать к трехфазной цепи однофазные приемники с номинальным напряжением в  $\sqrt{3}$  раз меньше номинального линейного напряжения трехфазной сети.

Следует иметь в виду, что в цепь нейтрального провода нельзя ставить предохранитель, так как перегорание предохранителя приведет к разрыву нейтрального провода и появлению значительных перенапряжений на фазах нагрузки.

# Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником



$$U_l = U_\phi, \quad I_l = \sqrt{3} I_\phi.$$

# Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником

## Симметричная нагрузка

При симметричной нагрузке  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{\pm j\varphi}$

Так как линейные (они же фазные) напряжения  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  симметричны, то и фазные токи образуют симметричную систему

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}},$$

Абсолютные значения их равны, а сдвиги по фазе относительно друг друга составляют  $120^\circ$ .

Линейные токи

$$I_A = I_B = I_C = I_L,$$

образуют также симметричную систему токов.

# Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником

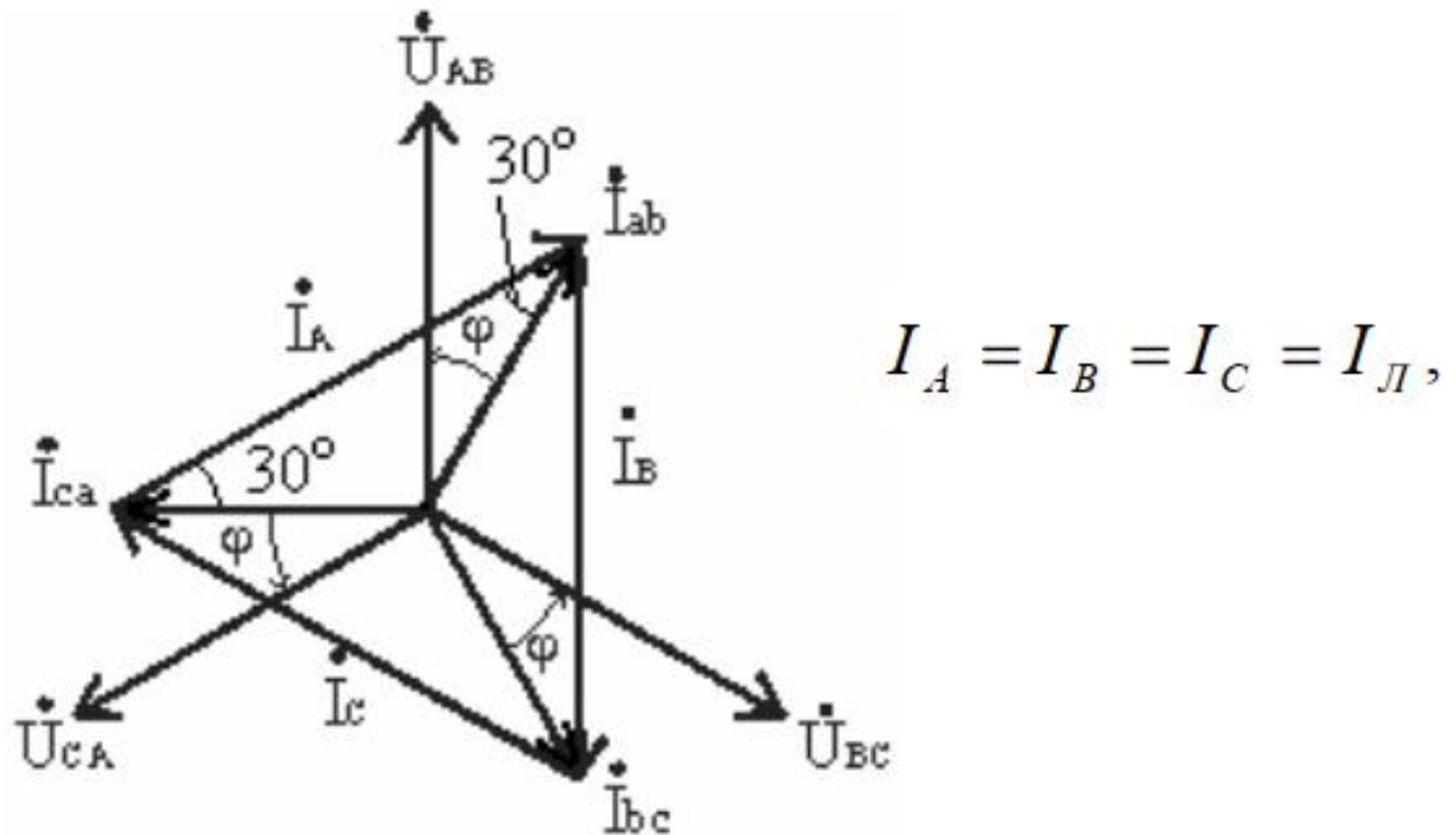
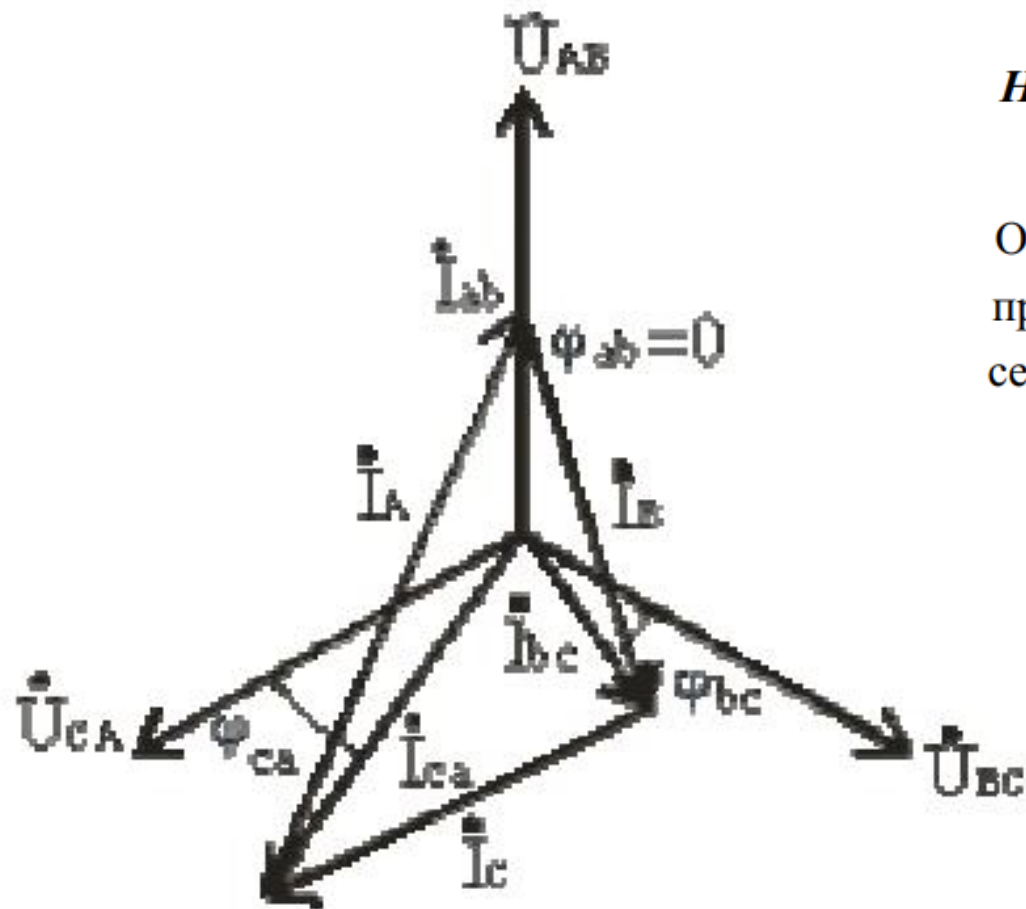


Рис. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз симметричного приемника в треугольник.



# Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником



*Несимметричная нагрузка*

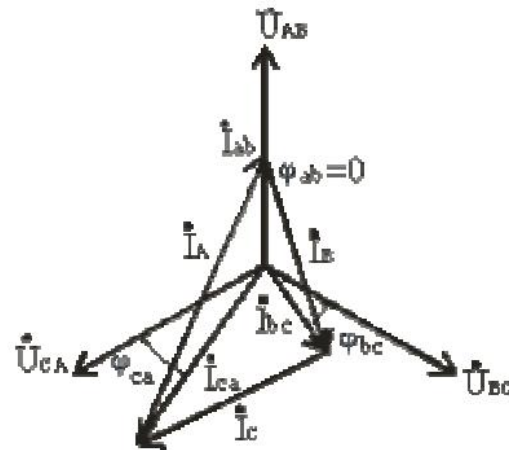
$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c.$$

Обычно она возникает  
при питании от трехфазной  
сети однофазных приемников.

Рис. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз  
несимметричного приемника в треугольник



# Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником



*Несимметричная нагрузка*

$$\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c.$$

Обычно она возникает  
при питании от трехфазной  
сети однофазных приемников.

Рис. Векторная диаграмма напряжений и токов при соединении фаз  
несимметричного приемника в треугольник

Построение векторов линейных токов произведено в соответствии с  
выражениями

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc},$$

Важной особенностью соединения фаз приемника треугольником является то, что при изменении сопротивления одной из фаз режим работы других фаз остается неизменным, так как линейные напряжения генератора являются неизменными. Будет изменяться только ток данной фазы и линейные токи в проводах линии, соединенных с этой фазой. Поэтому схема соединения треугольником широко используется для включения несимметричной нагрузки.

# Мощность в трехфазных цепях синусоидального тока

**Активной мощностью** (часто просто мощностью) трёхфазной системы называется сумма активных мощностей всех фаз источника энергии, равная сумме активных мощностей всех фаз приемника.

**В симметричной трехфазной системе**, т. е. в системе с симметричными генератором и приемником, при любой схеме их соединения для каждой фазы мощности источника энергии и приемника одинаковы.

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C,$$

$$U_\phi = U_\lambda, \quad I_\phi = \frac{I_\lambda}{\sqrt{3}} \quad \text{— при соединении треугольником}$$

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}}, \quad I_\phi = I_\lambda \quad \text{— при соединении звездой}$$

$$P = 3 P_\phi = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \cos \varphi.$$

# Мощность в трехфазных цепях синусоидального тока

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C,$$

$$U_\phi = U_\text{л}, \quad I_\phi = \frac{I_\text{л}}{\sqrt{3}} \quad - \text{при соединении треугольником}$$

$$U_\phi = \frac{U_\text{л}}{\sqrt{3}}, \quad I_\phi = I_\text{л} \quad - \text{при соединении звездой}$$

$$P = 3 P_\phi = 3 U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3} U_\text{л} I_\text{л} \cos \varphi.$$