Основные понятия и определения электрических цепей

Электротехника – это наука о практическом применении электрических и магнитных явлений. Основными вопросами, которыми занимается электротехника, являются генерирование, передача на расстояние и преобразование электрической энергии в механическую, тепловую, световую и другие формы энергии.

Для удобства анализа реальное электромагнитное устройство с происходящими в нем и в окружающем его пространстве физическими процессами в теории электрических цепей заменяют некоторым расчетным эквивалентом – электрической цепью.

Электрической цепью называется совокупность соединенных друг с другом источников электрической энергии и нагрузок, по которым может протекать электрический ток. Электромагнитные процессы в электрической цепи можно описать с помощью понятий ток, напряжение, ЭДС, сопротивление, индуктивность и емкость.

Основные понятия и определения

Электрический ток – это направленное движение электрически заряженных частиц под действием электрического поля. **Сила тока I**, [I] – 1А.

ЭДС – электродвижущая сила, вынуждающая перемещаться заряды, Е, [Е] = 1 В.

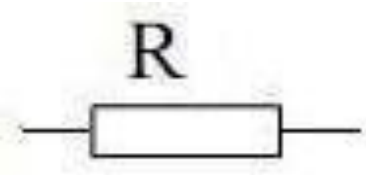
Напряжением называется разность потенциалов, существующая между двумя точками проводника, U, [U] = 1В.

Постоянным называется неизменный во времени электрический ток. Если величина силы тока изменяется во времени, то такой электрический ток называется **переменным**.

Постоянный ток обозначается буквой – I, переменный – i(t), постоянная ЭДС – Е, переменная ЭДС – e(t), постоянное напряжение – U, переменное напряжение – u(t), сопротивление – R, проводимость – G, индуктивность – L, ёмкость – C.

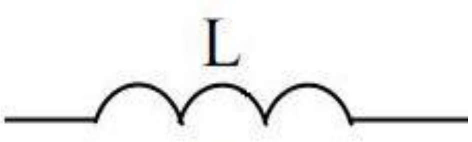
Изображенная с помощью условных знаков электрическая цепь называется **электрической схемой**.

Сопротивлением обладают пассивные элементы, в которых происходит преобразование электрической энергии в любой другой вид энергии. Простейшим реальным элементом, обладающим сопротивлением является резистор. Условное обозначение R, [R]=1 Ом.

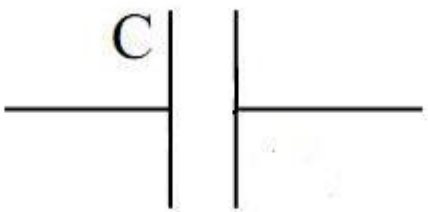


Проводимость G = 1/R, [G] =1 См (Сименс)

Индуктивностью L обладают пассивные элементы электрической цепи, которые способны запасать энергию источника в магнитном поле без преобразования ее в другие виды энергий.
Простейшим реальным элементом, обладающим индуктивностью является катушка индуктивности.
[L] = 1 Гн (Генри).

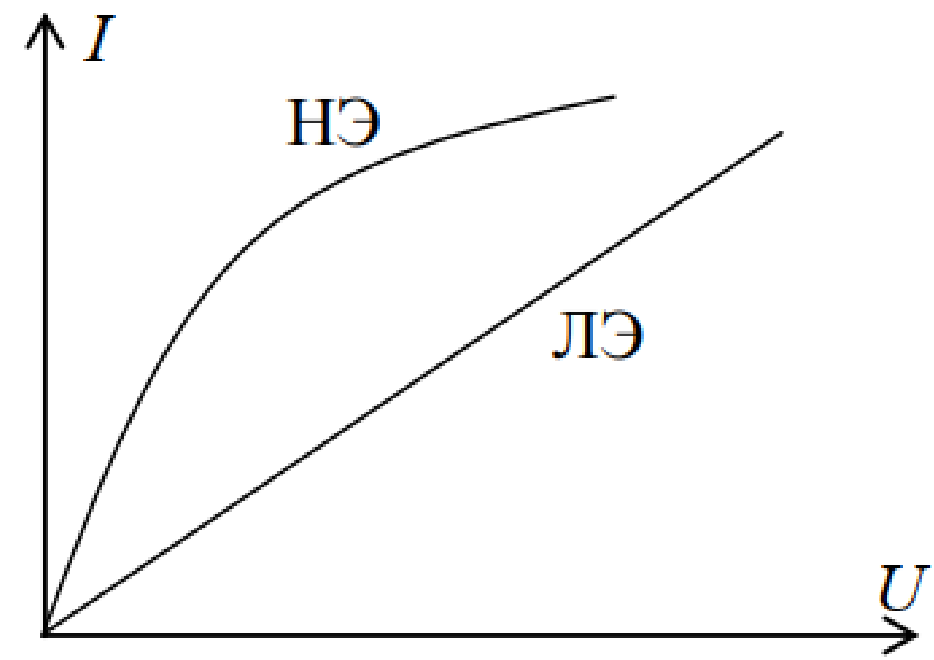


Емкостью C обладают пассивные элементы электрической цепи, которые способны запасать энергию в электрическом поле без преобразования в другие виды энергии.
Простейшим реальным элементом, обладающим емкостью является конденсатор.
[C] = 1Ф (Фарада).



Зависимость тока, протекающего по элементу электрической цепи, от напряжения на его зажимах (или наоборот) называется **вольт-амперной характеристикой (ВАХ)**.

На рис. изображены ВАХ линейного (ЛЭ) и нелинейного (НЭ) элементов.



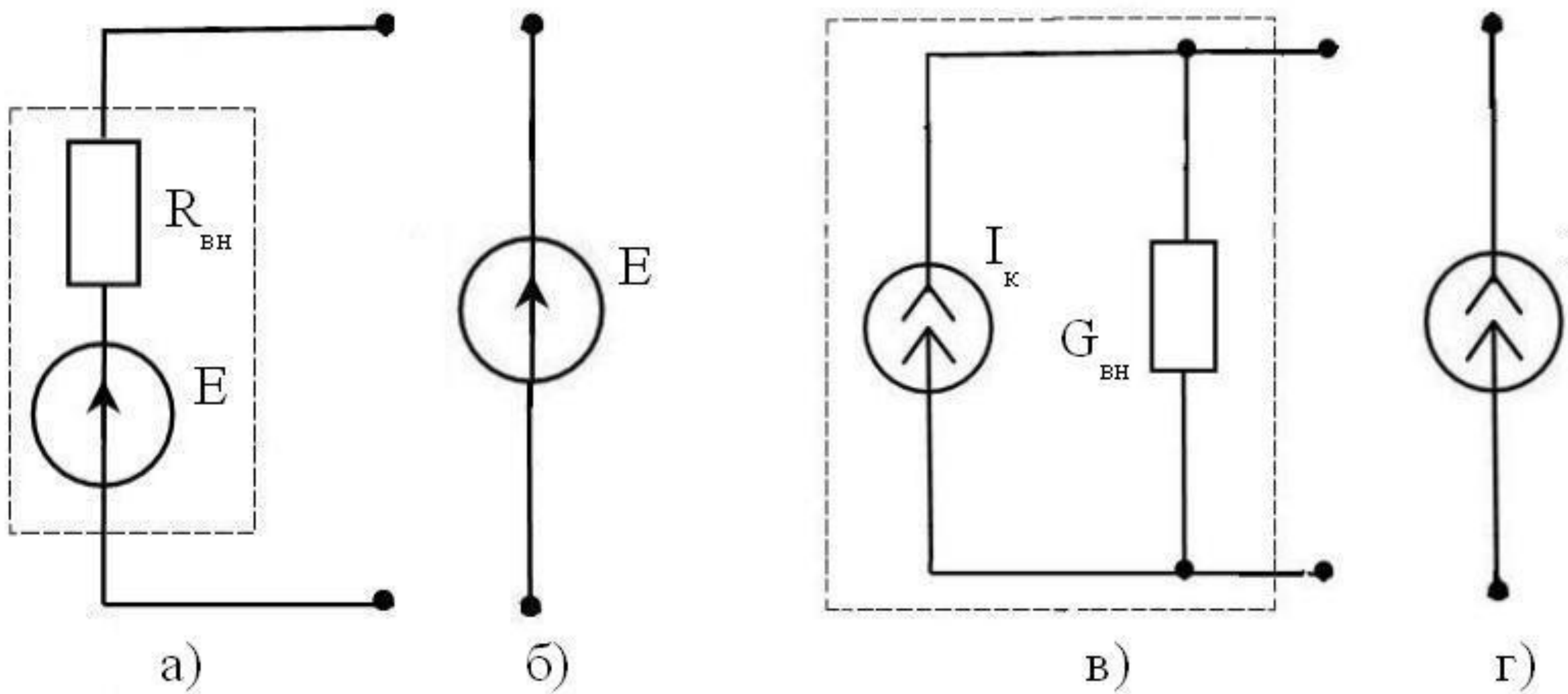
Элементы, ВАХ которых являются прямыми линиями, называются **линейными**.

Электрические цепи, имеющие только линейные элементы, называются **линейными электрическими цепями**.

Элементы, ВАХ которых не являются прямыми линиями, называются **нелинейными**. Электрические цепи, имеющие хотя бы один нелинейный элемент, называются **нелинейными**.

В данном курсе будем рассматривать только линейные электрические цепи.

Все элементы электрической цепи можно разделить на **приемники** и **источники** электрической энергии.



Если внутреннее сопротивление источников ЭДС (напряжения) равно нулю, а источника тока – бесконечности, то такие источники называют **идеальными** (рис. б и г).

В **реальных** источниках внутреннее сопротивление имеет конечное значение.

Электрические цепи постоянного тока

Если электрический ток постоянный, то отсутствует явление самоиндукции и напряжение на катушке индуктивности равно нулю. Постоянный ток через ветвь с емкостью не проходит, т.е. ветвь с конденсатором равносильна разомкнутой. Таким образом, в цепях установившегося постоянного тока из пассивных элементов остаются только сопротивления.

1. Закон Ома: U = IR.

2. Закон Джоуля-Ленца: Q = Pt, где мощность P = UI, [P] = 1 Вт (Ватт).

3. Законы Кирхгофа:

- Если токи, приходящие к узлу, считать положительными, а уходящие – отрицательными, то **1-й закон Кирхгофа** можно формулировать так: алгебраическая сумма токов, входящих в узел, равна нулю, т. е. для каждого узла соблюдается равенство $\sum_{k=1}^{n} \pm I_k = 0,$ где n – число токов, сходящихся в узле.
- **2-й закон Кирхгофа** относится к любому замкнутому контуру разветвленной цепи и выражается следующим образом: алгебраическая сумма ЭДС источников в любом замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме падений напряжения на элементах этого контура:

$$\sum_{k=1}^{n} \pm I_k R_k = \sum_{k=1}^{m} \pm E_k,$$

где n – число сопротивлений в замкнутом контуре, m – число источников ЭДС, входящих в контур.

Законы Кирхгофа

- Если токи, приходящие к узлу, считать положительными, а уходящие – отрицательными, то **1-й закон Кирхгофа** можно формулировать так: алгебраическая сумма токов, входящих в узел, равна нулю, т. е. для каждого узла соблюдается равенство $\sum_{k=1}^{n} \pm I_k = 0,$ где n – число токов, сходящихся в узле.
- **2-й закон Кирхгофа** относится к любому замкнутому контуру разветвленной цепи и выражается следующим образом: алгебраическая сумма ЭДС источников в любом замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме падений напряжения на элементах этого контура:

$\sum_{k=1}^{n} \pm I_k R_k = \sum_{k=1}^{m} \pm E_k,$ где n – число сопротивлений в замкнутом контуре,
m – число источников ЭДС, входящих в контур.

При составлении уравнений на основании 2-го закона Кирхгофа необходимо строго придерживаться **правила знаков**, которое состоит в следующем. Произвольно выбрав направление обхода контура (по часовой либо против часовой стрелки), считают токи, идущие вдоль выбранного направления обхода, положительными, а токи, идущие против направления обхода, – отрицательными. Соответственно этому ЭДС источников, находящихся в рассматриваемом контуре, считаются положительными, если направление обхода совпадает с направлением действия сторонних сил внутри ЭДС и отрицательными – в противоположном случае.

Законы Кирхгофа

При составлении системы уравнений следует учесть также, что если в сложной электрической цепи имеется m узлов, то на основании 1-го закона Кирхгофа можно записать уравнения только для (m-1) узла. Уравнение для последнего m-го узла будет следствием предыдущих (m-1) уравнений. Если в сложной электрической цепи имеется p ветвей (участков между двумя узлами), то число независимых уравнений на основании 2-го закона Кирхгофа равно p-(m-1). Остальные из этих уравнений являются следствием предыдущих. Выбирать контуры нужно таким образом, чтобы каждый новый контур содержал хотя бы один участок цепи, не входивший в уже выбранные контуры. При решении уравнений для токов могут быть получены отрицательные значения, это означает, что фактически ток течет в направлении, обратном предположенному.

Порядок расчета цепей, основанный на использовании законов Кирхгофа, следующий:

1) выбирают положительные направления токов в ветвях;

2) составляют (m-1) независимых уравнений по первому закону Кирхгофа;

3) выбирают направления обхода независимых контуров;

4) составляют p-(m-1) независимых уравнений по второму закону Кирхгофа;

5) решают совместно полученную систему уравнений.

Расчет сложных электрических цепей

При расчете сложных электрических цепей синусоидального тока (и постоянного тока) широко применяются метод контурных токов, метод узловых потенциалов, метод наложения и другие. Если получаются очень громоздкие уравнения, то задачу можно свести к решению матричных уравнений (при желании решать их можно с помощью ЭВМ). Рассмотрим как это можно делать **на примере метода контурных токов**.

В общем случае составляется система уравнений в матричной форме:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{pmatrix}}_{(1)} \times \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{I}_1^{\text{К}} \\ \dot{I}_2^{\text{К}} \\ \dots \\ \dot{I}_N^{\text{К}} \end{pmatrix}}_{(2)} = \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{E}_1^{\text{К}} \\ \dot{E}_2^{\text{К}} \\ \dots \\ \dot{E}_N^{\text{К}} \end{pmatrix}}_{(3)} \qquad (1)$$

где (1) – матрица контурных сопротивлений, (2) – столбец контурных токов, (3) – столбец контурных ЭДС.

Диагональные элементы матрицы контурных сопротивлений называются собственными контурными сопротивлениями (Z_{ij} при $i=j$), они равны сумме сопротивлении, входящих в i-й контур. Элементы Z_{ij} при $i \neq j$ называются взаимными контурными сопротивлениями, они равны сумме сопротивлений, входящих одновременно в i-й и в j-й контур. Взаимные контурные сопротивления берутся со знаком «+», если направления контурных токов на этих сопротивлениях совпадают, и со знаком «–» – если направления противоположны.

Расчет сложных электрических цепей

Контурные ЭДС равны алгебраической сумме ЭДС источников, действующих в соответствующих контурах, причем если направление ЭДС источника совпадает с направлением контурного тока, то при расчете контурной ЭДС ставится знак «+», а если не совпадает – знак «–».

Система уравнений решается по правилу Крамера:

$$\dot{I}_K^{\text{К}} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1K-1} & \dots & \dot{E}_1^{\text{К}} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2K-1} & \dots & \dot{E}_2^{\text{К}} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NK-1} & \dots & \dot{E}_N^{\text{К}} & \dots & Z_{NN} \end{pmatrix} / \begin{pmatrix} Z_{11} & & & \\ & Z_{22} & & \\ & & \dots & \\ & & & Z_{NN} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Обозначим $\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & & \\ & \dots & \\ & & Z_{NN} \end{vmatrix}$ – определитель матрицы. Тогда

$$\dot{I}_K^{\text{К}} = \sum_L \dot{E}_L^{\text{К}} \frac{\Delta_{LK}}{\Delta} \quad (3)$$

где $\Delta_{LK} = (-1)^{L+K} M_{LK}$ – алгебраическое дополнение элемента Z_{LK}, а M_{LK}, – дополнительный минор (определитель матрицы), получающейся из исходной матрицы контурных сопротивлений путем вычеркивания строки L и столбца K.

Расчет сложных электрических цепей

После нахождения контурных токов переходят к определению токов в ветвях и напряжений на элементах электрической цепи. Если некоторая ветвь принадлежит только одному контуру, то ток в ней равен контурному току (если их направления не совпадают, то со знаком «–»). Если же ветвь принадлежит нескольким контурам, то ток в ней равен алгебраической сумме соответствующих контурных токов (с учётом направления обхода рассматриваемых контуров).

Если в электрической цепи есть источник тока, то его заменяют на эквивалентный источник ЭДС или считают, что контурный ток равен току источника тока (если через ветвь с источником тока проходит только один контурный ток).

Колебательный контур

Наиболее важными параметрами колебательного контура (помимо резонансной частоты) также являются характеристическое сопротивление ρ и добротность Q. **Характеристическое сопротивление** является количественной мерой оценки энергии, запасенной реактивными элементами. Оно определяется как величина модуля реактивного сопротивления емкости и индуктивности контура на резонансной частоте: $\rho = |X_C| = |X_L|$ при $\omega = \omega_0$. В общем случае характеристическое сопротивление может быть вычислено следующим образом: $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{L/C}$.

Добротность последовательного колебательного контура Q может быть определена как отношение резонансной частоты ω_0 к ширине полосы пропускания контура $\Delta\omega$, в пределах которой, амплитудное значение тока контура уменьшается не более чем в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с током при резонансе: $Q = \omega_0 / \Delta\omega$. Чем выше добротность цепи Q, тем острее резонансные кривые. Величина, обратная добротности контура $d = 1/Q$, называется **затуханием** контура. С ростом активного сопротивления последовательного колебательного контура R добротность контура Q уменьшается, а затухание d – увеличивается. Поэтому с точки зрения сокращения полосы пропускания последовательного колебательного контура выгоден источник переменного напряжения с малым внутренним сопротивлением.

Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

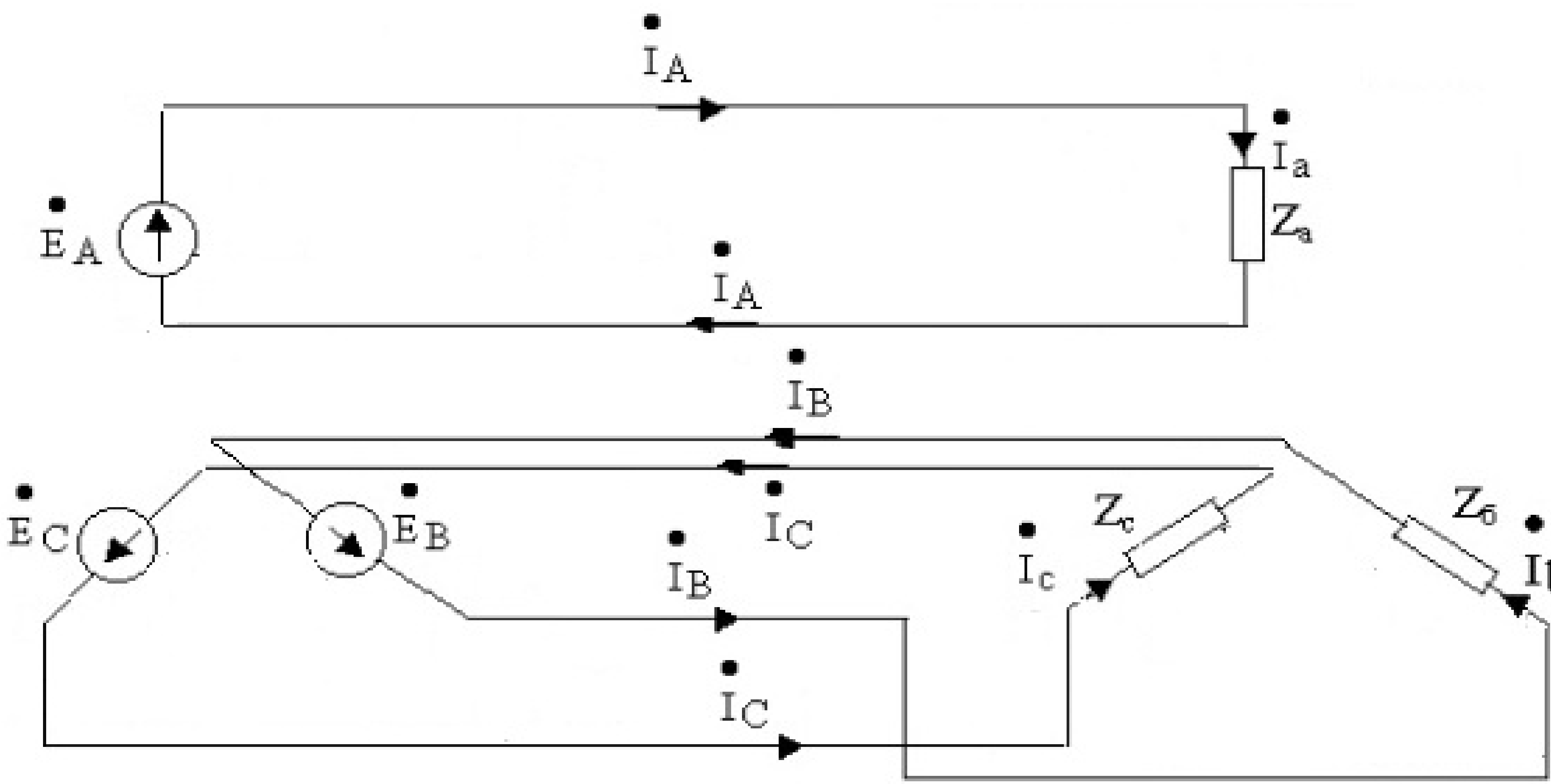
Трехфазная цепь является частным случаем многофазных электрических систем, представляющих собой совокупность электрических цепей, в которых действуют ЭДС одинаковой частоты, сдвинутые по фазе относительно друг друга на определенный угол. Обычно эти ЭДС, в первую очередь в силовой энергетике, синусоидальны. Однако, в современных электромеханических системах, где для управления исполнительными двигателями используются преобразователи частоты, система напряжений в общем случае является несинусоидальной. Каждую из частей многофазной системы, характеризующуюся одинаковым током, называют фазой, т.е. фаза – это участок цепи, относящийся к соответствующей обмотке генератора или трансформатора, линии и нагрузке.

Таким образом, понятие «фаза» имеет в электротехнике два различных значения:

1) фаза как аргумент синусоидально изменяющейся величины;

2) фаза как составная часть многофазной электрической системы.

Электрические трехфазные цепи синусоидального тока



$$e_A = E_m \sin(\omega t), \quad e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad e_C = E_m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

$$\dot{E}_A = E, \quad \dot{E}_B = E\,e^{-j120^\circ}, \quad \dot{E}_C = E\,e^{j120^\circ}.$$

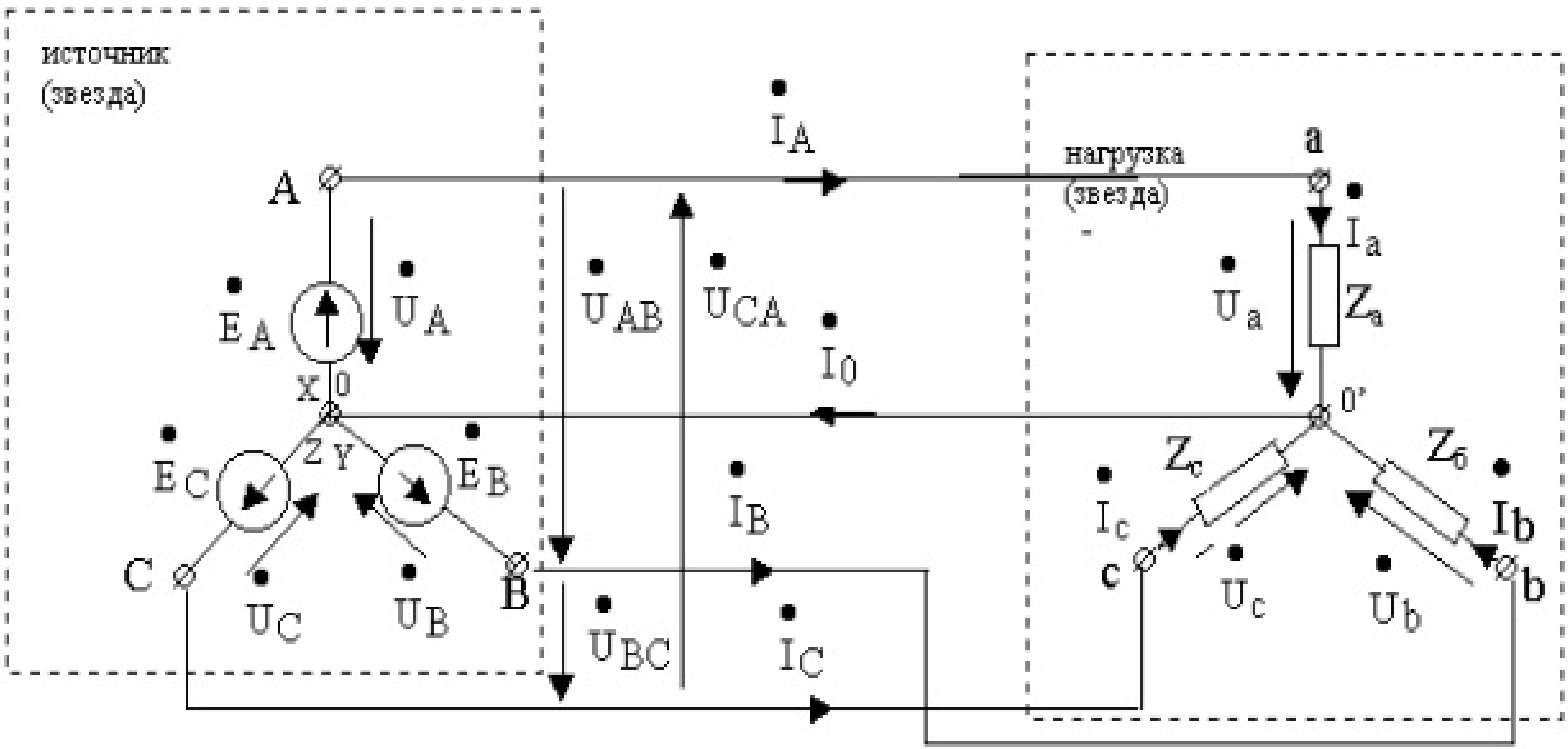
Электрические трехфазные цепи синусоидального тока

Трехфазный генератор (трансформатор) имеет три выходные обмотки, одинаковые по числу витков, но развивающие ЭДС, сдвинутые по фазе на 120° .

Можно было бы использовать систему, в которой фазы обмотки генератора не были бы гальванически соединены друг с другом. Это так называемая **несвязная система**. В этом случае каждую фазу генератора необходимо соединять с приемником двумя проводами, т.е. будет иметь место шестипроводная линия, что **неэкономично**. В этой связи подобные системы не получили широкого применения на практике.

Для уменьшения количества проводов в линии фазы генератора гальванически **связывают** между собой. Различают два вида соединений: в звезду и в треугольник. В свою очередь при соединении в звезду система может быть трех- и четырехпроводной.

Электрические трехфазные цепи соединенные звездой



$$I_л = I_ф, \quad U_л = \sqrt{3}\, U_ф.$$

Электрические трехфазные цепи соединенные звездой

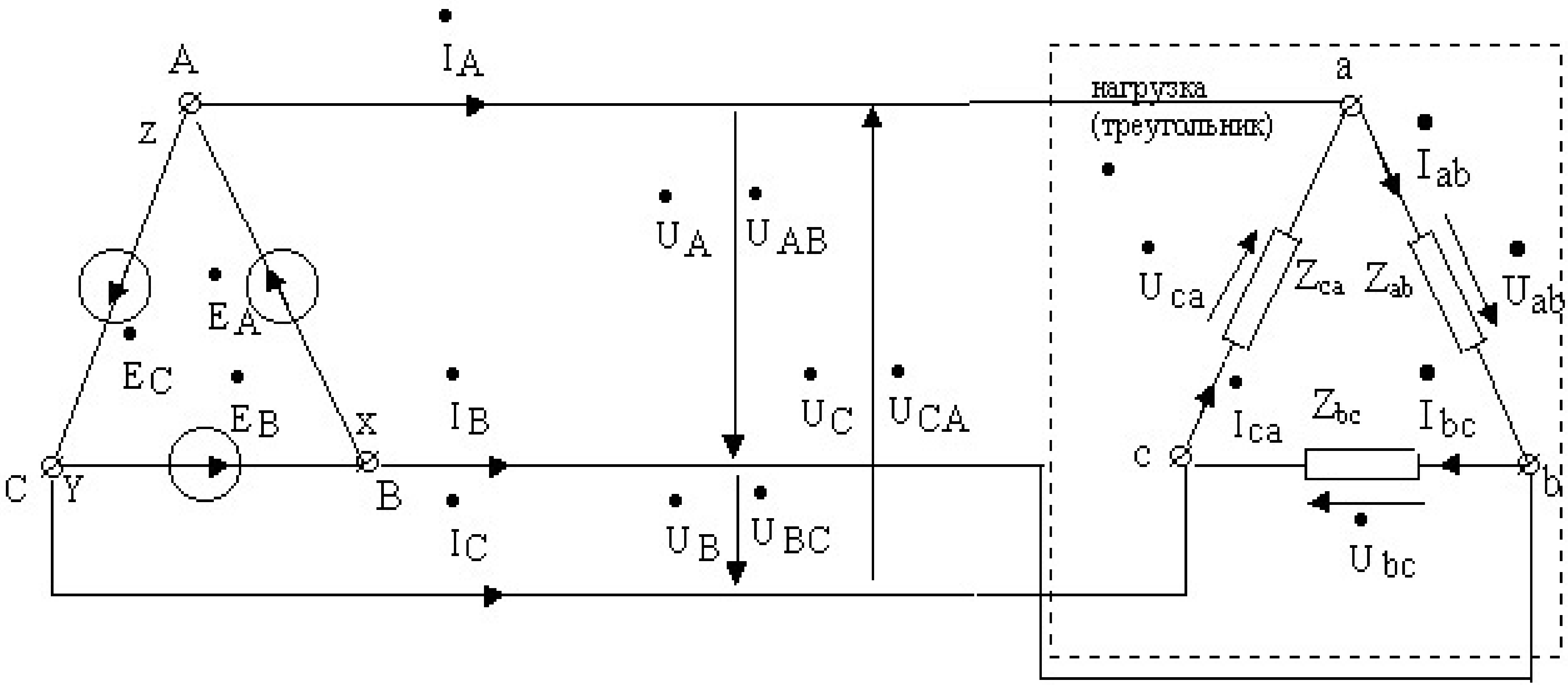
Линейным называется провод, соединяющий начала фаз обмотки генератора и приемника. Точка, в которой концы фаз соединяются в общий узел, называется **нейтральной** (на рис. О и О' – соответственно нейтральные точки генератора и нагрузки).

Провод, соединяющий нейтральные точки генератора и приемника, называется **нейтральным проводом** (на рис. ОО'). Трехфазная система при соединении в звезду без нейтрального провода называется **трехпроводной**, с нейтральным проводом – **четырехпроводной**.

Все величины, относящиеся к фазам, носят название **фазных** переменных (соответственно у них указываются нижние индексы А, В, С), а величины, относящиеся к линии, носят названия **линейных** (соответственно у них указываются нижние индексы АВ, ВС, СА).

Зависимость между этими величинами находится с помощью законов Кирхгофа.

Электрические трехфазные цепи соединенные треугольником



$$U_л = U_ф, \quad I_л = \sqrt{3}\, I_ф .$$

Мощность в трехфазных цепях синусоидального тока

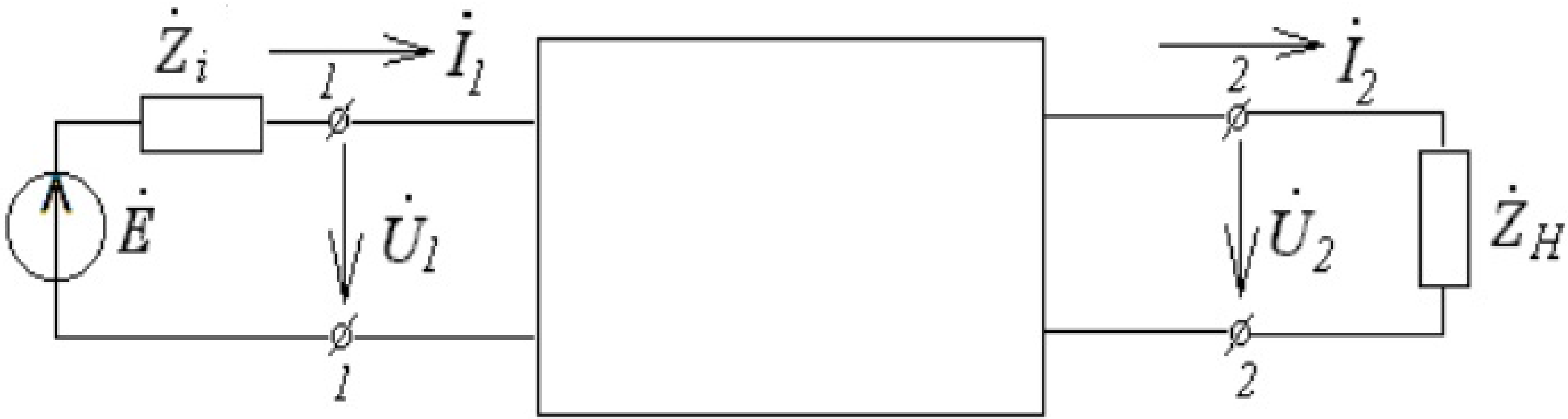
$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C,$$

$U_ф = U_л,\ \ I_ф = \dfrac{I_л}{\sqrt{3}}$ – при соединении треугольником

$U_ф = \dfrac{U_л}{\sqrt{3}},\ \ I_ф = I_л$ – при соединении звездой

$$P = 3 P_ф = 3 U_ф I_ф \cos\varphi = \sqrt{3}\, U_л I_л \cos\varphi.$$

Четырехполюсник



Под **четырехполюсником** понимают электрическую цепь (или ее часть) любой сложности, имеющую две пары зажимов для подключения к источнику и приемнику электрической энергии. Зажимы, к которым присоединяется источник, называются **входными**, а зажимы, к которым присоединяется приемник (нагрузка), - **выходными** зажимами (полюсами).

В качестве **примеров** четырехполюсников можно привести трансформатор, электрические фильтры, усилительные устройства, линии электропередачи и т. д. Все они имеют совершенно "непохожие" схемы, но обладают рядом общих свойств.

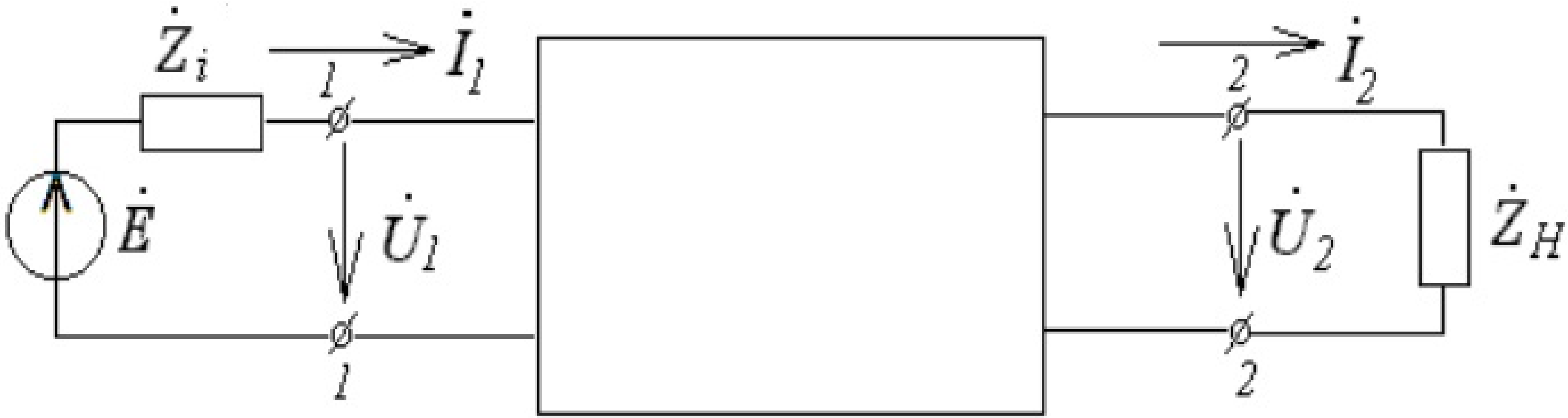
Четырехполюсник

Четырехполюсники бывают **пассивными** и **активными**. В схемах пассивных четырехполюсников обычно не содержится источников электрической энергии или их действие взаимно компенсируется таким образом, что на разомкнутых зажимах не обнаруживается напряжение, активные четырехполюсники содержат источники электрической энергии и на их разомкнутых зажимах обнаруживается напряжение.

Четырехполюсники делятся на **симметричные** и **несимметричные**. В **с**имметричном четырехполюснике перемена местами входных и выходных зажимов не изменяет напряжений и токов в цепи, с которой он соединен.

Четырехполюсники также делятся на **обратимые** и **необратимые**. Обратимые четырехполюсники позволяют передавать энергию в обоих направлениях, для них справедлива теорема обратимости или взаимности, в соответствии с которой отношение напряжения на входе к току на выходе не меняется при перемене местами зажимов.

Четырехполюсник



$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{D}\dot{I}_2,$$

$$\dot{A} = -\frac{\dot{Z}_{11}}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{B} = \left(\dot{Z}_{12} - \frac{\dot{Z}_{11}\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}\right), \quad \dot{C} = -\frac{1}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{D} = -\frac{\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}.$$

Четырехполюсник

$$\dot{U}_1 = \dot{A}\dot{U}_2 + \dot{B}\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = \dot{C}\dot{U}_2 + \dot{D}\dot{I}_2,$$

$$\dot{A} = -\frac{\dot{Z}_{11}}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{B} = \left(\dot{Z}_{12} - \frac{\dot{Z}_{11}\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}\right), \quad \dot{C} = -\frac{1}{\dot{Z}_{21}}, \quad \dot{D} = -\frac{\dot{Z}_{22}}{\dot{Z}_{21}}.$$

$$\dot{A}\dot{D} - \dot{B}\dot{C} = 1.$$

$$\dot{A} = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{U}_{20}}, \quad \dot{C} = \frac{\dot{I}_{10}}{\dot{U}_{20}}$$

– в режиме холостого хода (при размыкании выходного контура)

$$\dot{B} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}, \quad \dot{D} = \frac{\dot{I}_{1k}}{\dot{I}_{2k}}$$

– при коротком замыкании выходного контура

Электрические фильтры

Электрическими фильтрами называются четырехполюсники предназначенные для пропускания сигналов в определенных частотных диапазонах с возможно малым затуханием и подавления сигналов на частотах вне этих диапазонов. Полоса частот, пропускаемых фильтром без затухания или при малом затухании, называется **полосой пропускания** (или **полосой прозрачности**). Полоса частот, пропускаемых фильтром с затуханием называется **полосой задерживания** (**полосой непрозрачности** или **полосой затухания).** Частота, лежащая на границе полос пропускания и задерживания называется **частотой среза** или **граничной частотой**. Качество фильтра считается тем выше, чем ярче выражены его фильтрующие свойства, т. е. чем сильнее возрастает затухание в полосе задерживания.

Классификация электрических фильтров может быть проведена по различным признакам.

Электрические фильтры

Классификация электрических фильтров может быть проведена по различным признакам. Например, **в зависимости от пропускаемого диапазона частот** различают следующие типы фильтров:

- *фильтры нижних частот* (ФНЧ) пропускают сигнал без ослабления на частотах ниже частоты среза;
- *фильтры верхних частот* (ФВЧ) не оказывают влияния на амплитуды сигналов, имеющих частоту выше частоты среза, и не пропускают сигналы с частотой ниже, чем частота среза;
- *полосно-пропускающие фильтры (полосовые)* (ППФ) пропускают сигналы, частота которых находится в интервале между нижней и верхней частотами среза и не пропускают сигналы остальных частот;
- *полосно-заграждающие фильтры (режекторные)* (ПЗФ) не пропускают сигналы с полосой частот, заключенной в интервале между нижней и верхней частотами среза, а сигналы всех остальных частот пропускают без ослабления.

Классификацию электрических фильтров также проводят по числу реактивных элементов в схеме, по типу передаточной функции, по структуре элементов и т. д.

Электрические фильтры

Электрическая цепь, содержащая индуктивность и/или емкость, обладает различными сопротивлениями для различных гармоник, так как индуктивное сопротивление $X_{Lk} = k\omega L$ увеличивается с увеличением номера гармоники k, а емкостное $X_{Ck} = \dfrac{1}{k\omega C}$ уменьшается. Это дает возможность при заданной кривой напряжения изменять форму кривой тока путем включения электрического фильтра между источником и потребителем.

Для того, чтобы отфильтровать высшие гармоники несинусоидального напряжения, т. е. не пропустить их к потребителю, последовательно с потребителем включается индуктивность, а параллельно емкость (см. рис.). При этом, чем выше номер гармоники, тем большим сопротивлением обладает индуктивность и тем больше напряжение этой гармоники падает на индуктивном сопротивлении и тем меньшее напряжение поступает на нагрузку. Кроме того, чем выше номер гармоники (частота), тем меньше сопротивление конденсатора, тем больший ток этой частоты проходит через конденсатор, отфильтровываясь от потребителя.

Электрические фильтры

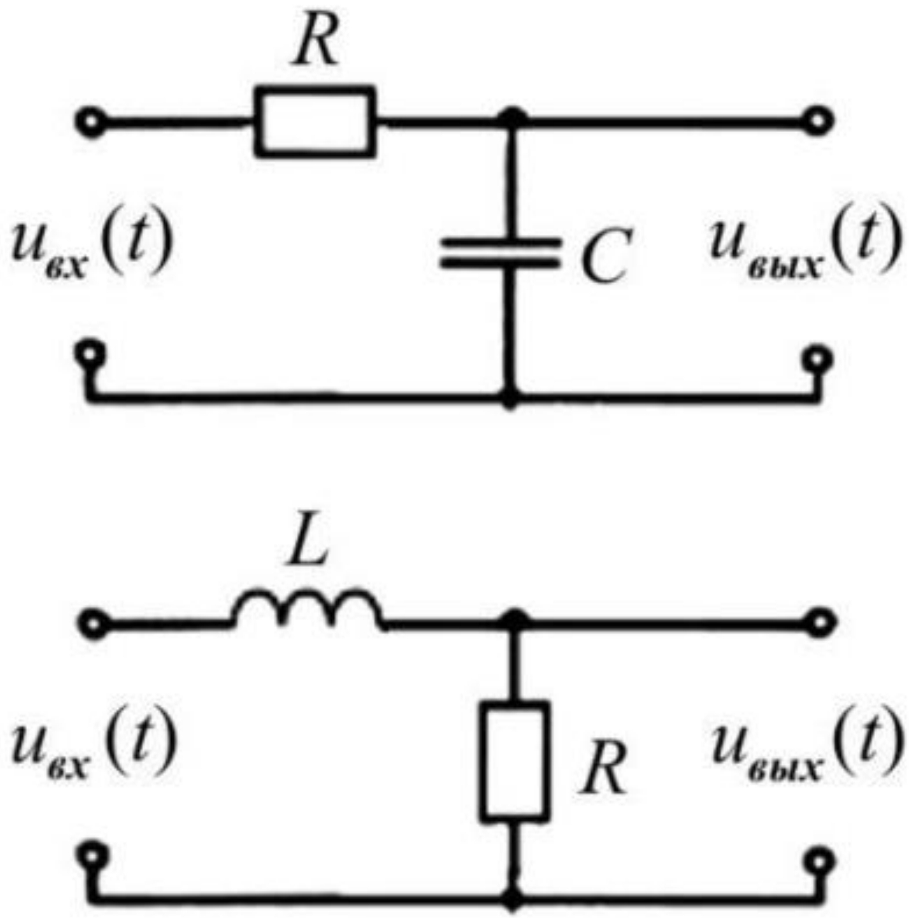


Рис. Фильтры нижних частот

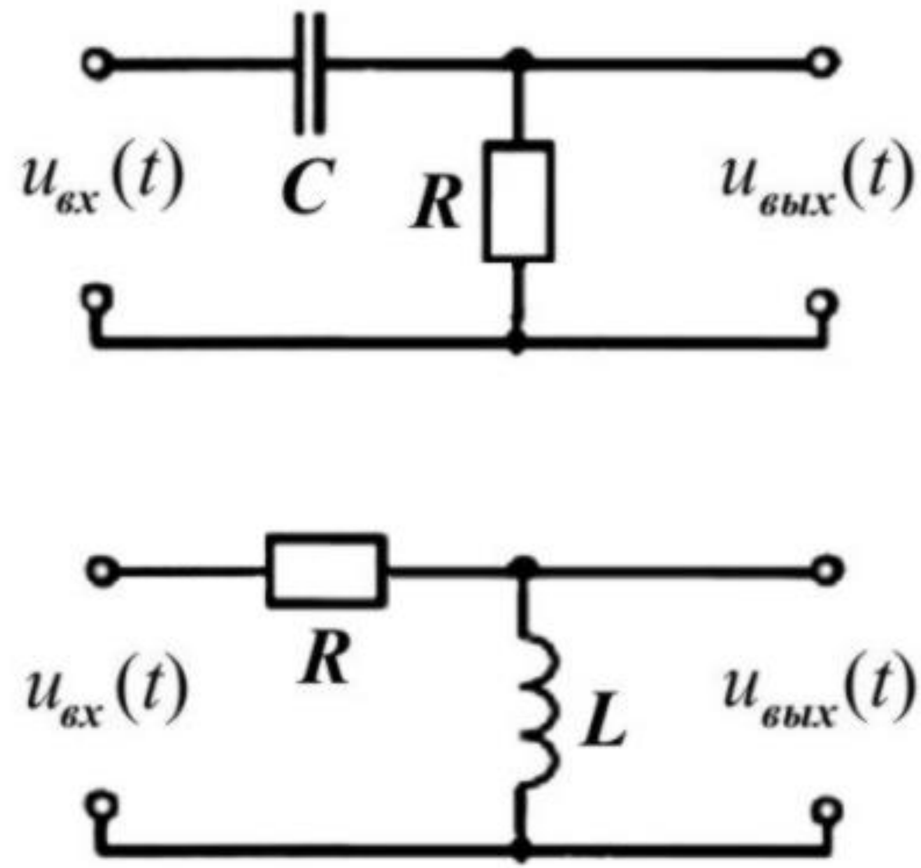


Рис. Фильтры верхних частот

Если нужно отфильтровать постоянную составляющую несинусоидального напряжения или его низкие частоты (гармоники), то в фильтрах меняют местами индуктивность и емкость.

Электрические фильтры

Если в напряжении, поступающем на вход фильтра, имеется k-я гармоника, которую нужно не пропустить к потребителю, то последовательно с потребителем можно включить параллельный резонансный контур (рис. *а*), настроенный в резонанс токов на частоту k-й гармоники. В результате этого на большом сопротивлении резонансного контура (близкого к бесконечности – при отсутствии активного сопротивления в контуре) напряжение k-й гармоники падает на контуре, не попадая на нагрузку.

Такого же эффекта можно добиться, если параллельно с потребителем включить последовательный резонансный контур (рис. *б*), настроенный в резонанс напряжений на частоту k-й гармоники. При резонансе напряжений сопротивление последовательного колебательного контура мало, следовательно, уменьшается напряжение k-й гармоники на нем, а значит, и на потребителе.

Одновременное включение обоих колебательных контуров (рис. *в*) обеспечивает значительно лучшую фильтрацию.

Электрические фильтры

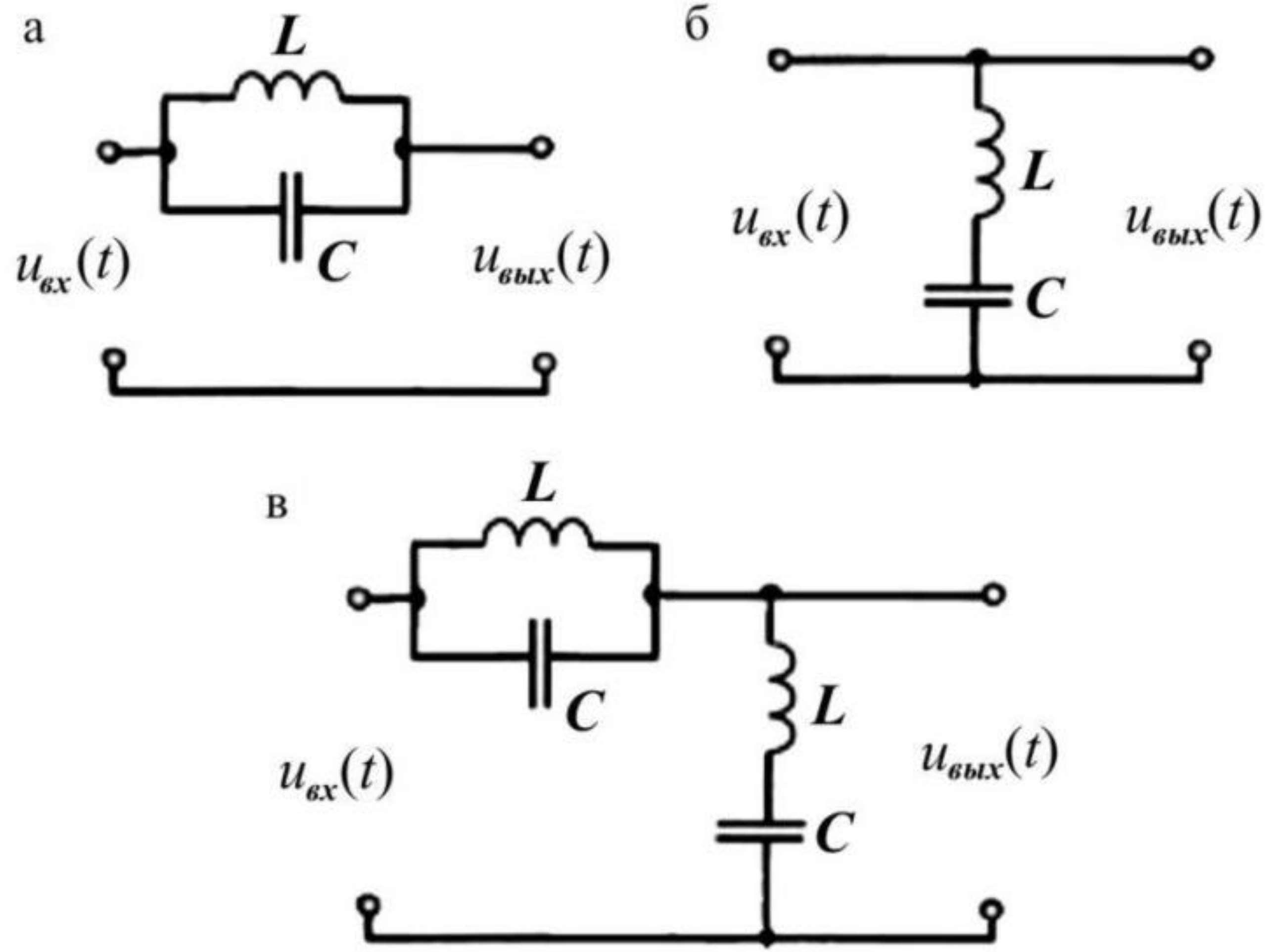


Рис. *Полосно-заграждающие фильтры*

Если нужно уменьшить или устранить сразу несколько гармоник, то включают последовательно или/и параллельно с потребителем несколько колебательных контуров, каждый из которых настраивается в резонанс определенной гармоники.

Электрические фильтры

Если резонансные контуры поменять местами, то получаются полосовые фильтры, которые, наоборот, служат для того, чтобы пропустить к приемнику *k*-ю гармонику, на которую они настроены в резонанс, и не пропустить (ослабить) все другие гармоники.

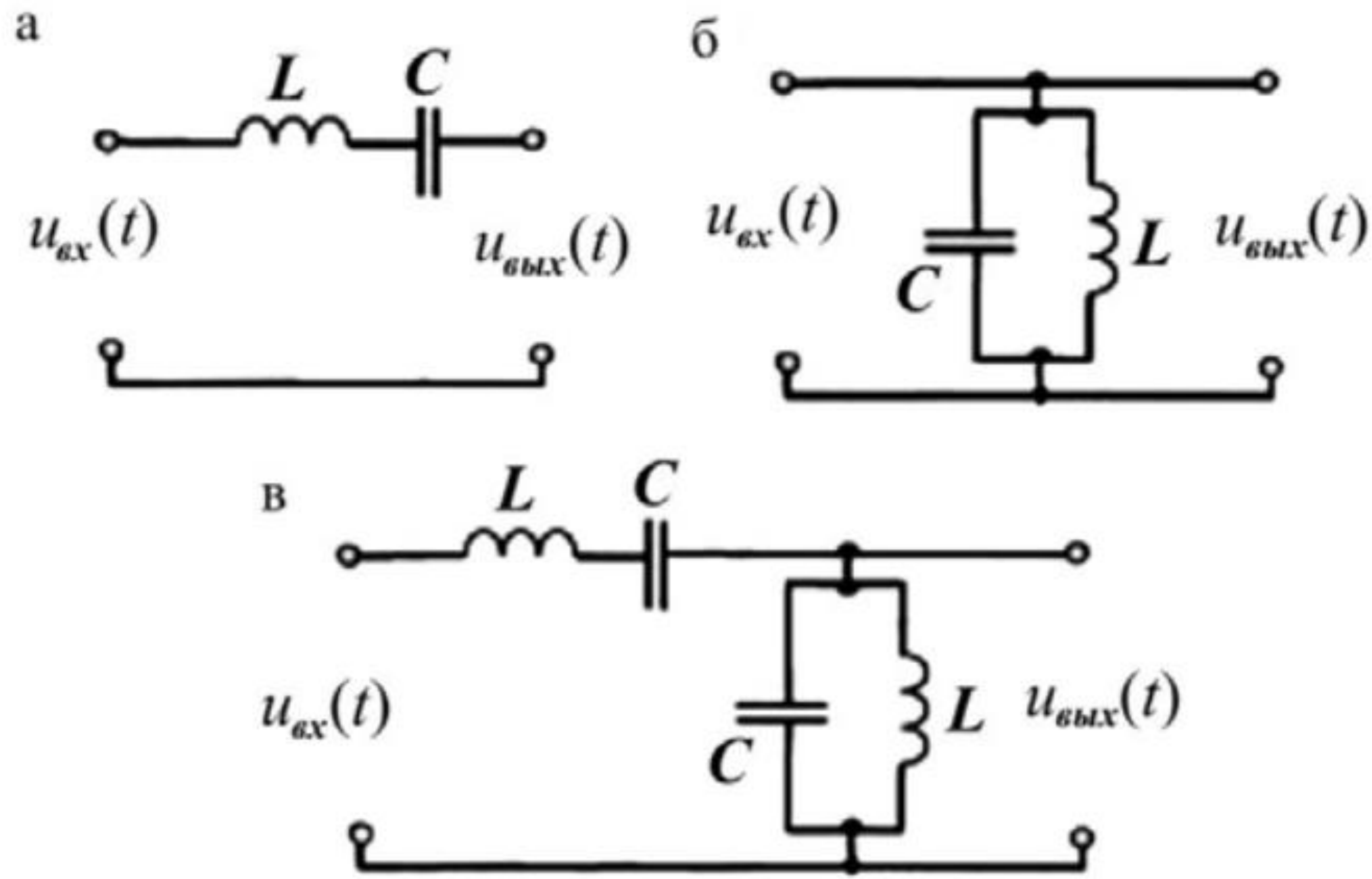


Рис. *Полосно-пропускающие фильтры*

Электрические фильтры

Практическое применение электрических фильтров весьма широко и разнообразно. Они применяются как в радиотехнике и технике связи, где имеют место токи достаточно высоких частот, так и в силовой электронике и электротехнике. Так, в радиоприемнике из сигналов многочисленных радиостанций фильтры выделяют сигнал одной принимаемой станции. В энергетических системах при передаче сигналов телеуправления, телеизмерении и автоконтроля по линиям электропередачи высокого напряжения фильтры отделяют эти сигналы от тока промышленной частоты (50 Гц). В установках частотного телеуправления многими объектами, например на газопроводах, железнодорожном транспорте и др. фильтры выделяют сигналы управления, предназначенные каждому объекту. При организации по воздушным линиям электропроводной связи одновременно несколько телефонных разговоров (высокочастотная телефонная связь) на приемной станции устанавливаются фильтры для разделения телефонных сигналов отдельных абонентов. Кроме того, широкое применение они находят в области распознавания речи.

Частотные характеристики фильтров

Частотные характеристики показывают, какие частоты пропускаются электрической цепью (после прохождения через электрический фильтр), а какие ослабляются. Основными частотными характеристиками электрических фильтров являются частота среза или полоса пропускаемых фильтром частот, коэффициент передачи, крутизна, амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики (АЧХ и ФЧХ).

Частота среза – это частота, на которой происходит спад амплитуды выходного сигнала до значения равного 0,7 от входного. Отношение выходной электрической величины (напряжения или тока) к входной позволяет вычислить **комплексную передаточную функцию (коэффициент передачи)** $\dot{K}(j\omega) = \; = \; |\dot{K}| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$. Зависимость модуля комплексной передаточной функции $|\dot{K}|$ от частоты ω называется **амплитудно-частотной характеристикой** (АЧХ), а частотная зависимость аргумента комплексной передаточной функции $\varphi(\omega)$ – **фазо-частотной характеристикой** (ФЧХ).

АЧХ и ФЧХ не зависят от значений амплитуд и начальных фаз воздействий, а определяются числом, характером, значениями и видом соединения друг с другом ее элементов.

Частотные характеристики

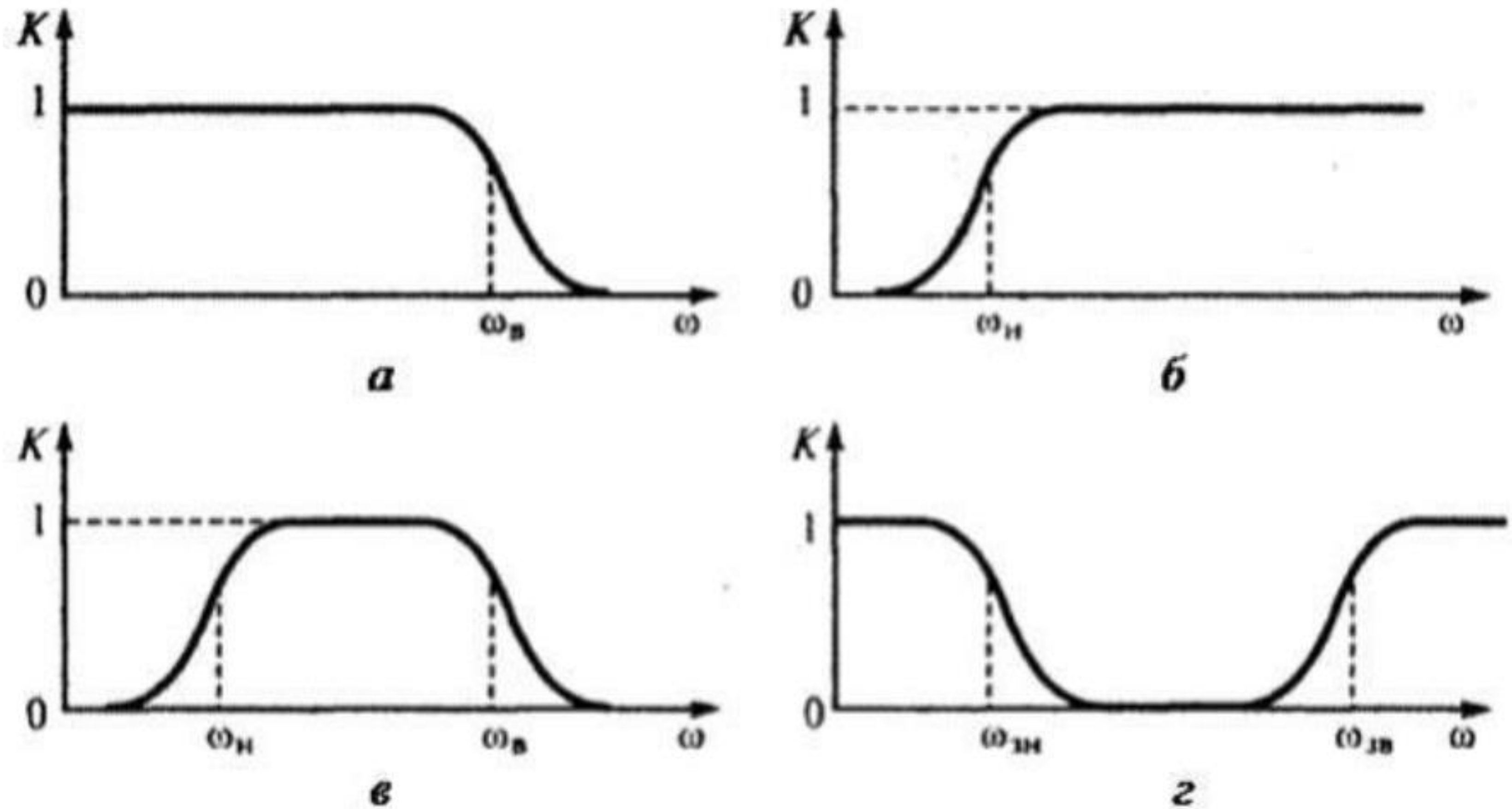


Рис. АЧХ пассивных электрических фильтров:
а – ФНЧ; *б* – ФВЧ; *в* – ППФ; *г* – ПЗФ

На практике часто приходится строить АЧХ и ФЧХ в логарифмическом масштабе. ЛАЧХ и ЛФЧХ – это зависимость коэффициента модуля комплексной передаточной функции и фазы, соответственно, от частоты в логарифмическом масштабе. В этом случае коэффициент передачи определяют в децибелах (дБ).

Основные методы анализа переходных процессов в линейных цепях

1. **Классический метод,** заключающийся в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений, описывающих изменения токов и напряжений на участках цепи в переходном процессе.
2. **Операторный метод,** заключающийся в решении системы алгебраических уравнений относительно изображений искомых переменных с последующим переходом от найденных изображений к оригиналам (основан на применении преобразования Лапласа).
3. **Частотный (спектральный) метод,** основанный на преобразовании Фурье (и находящий широкое применение при решении задач синтеза).
4. Метод расчета с помощью **интеграла наложения (Дюамеля),** используемый при сложной форме кривой возмущающего воздействия.
5. **Метод переменных состояния,** представляющий собой упорядоченный способ определения электромагнитного состояния цепи на основе решения системы дифференциальных уравнений первого прядка, записанных в нормальной форме (форме Коши) (используется замена дифференциального уравнения n-го порядка n уравнениями первого порядка).

Преобразование Лапласа

$$F(p)=\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}dt$$ - прямое преобразование Лапласа.

$f(t)$ - оригинал функции, $F(p)$ - изображение функции.

$f(t)\equiv 0$, при $t<0$.

$|f(t)|<Me^{s_0 t}$, при $t>0$, где $M>0$, $s_0\geq 0$

На любом конечном отрезке $[a, b]$ положительный полуоси Ot функция $f(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле, т.е.

a) ограничена,
b) либо непрерывна, либо имеет лишь конечное число точек разрыва I рода,
c) имеет конечное число экстремумов.

$$f(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(p)e^{pt}dt$$ - обратное преобразование Лапласа.

$$L[f(t)]=F(p),\quad L^{-1}[F(p)]=f(t).$$

Нахождение изображений функций

Пример 1. Найти изображение функций $f(t)=a^t$, $t>0$.

Решение. Так как $a=e^{\ln a}$, то $f(t)=e^{t\cdot\ln a}$. Найдем

$$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt=\int_0^\infty e^{-t(p-\ln a)}dt=-\left.\frac{e^{-t(p-\ln a)}}{p-\ln a}\right|_0^\infty=\frac{1}{p-\ln a}$$

Пример 2. Найти изображение единичной функции Хевисайда

$$\eta(t)=\begin{cases}1, \text{ при } t>0\\ 0, \text{ при } t<0\end{cases}$$

Решение.

$$F(p)=\int_0^\infty \eta(t)e^{-pt}dt=\int_0^\infty e^{-pt}dt=\left.\frac{e^{-pt}}{-p}\right|_0^\infty=\frac{1}{p}.$$

Изображения функций

$$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$$

Оригинал f(t)	Изображение F(p)
$\delta(t) = 1(t)$	$\frac{1}{p}$
$A\delta_1(t)$	$\frac{A}{p}$
$\delta(t) = \frac{d\delta_1}{dt}$	1
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{p^{(n+1)}}$
e^{-at}	$\frac{1}{(p+a)}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$

Оригинал f(t)	Изображение F(p)
$cos(\omega t + \psi)$	$\frac{pcos\psi - \omega\sin\psi}{p^2 + \omega^2}$
$\sin(\omega t + \psi)$	$\frac{psin\psi + \omega cos\psi}{p^2 + \omega^2}$
$e^{-at}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$
te^{-at}	$\frac{a}{p(p+a)}$
$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p) - f(0)$
$\int_0^t f(t)dt$	$\frac{F(p)}{p}$

Изображения функций

$$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$$

Оригинал $f(t)$	**Изображение** $F(p)$	**Оригинал** $f(t)$	**Изображение** $F(p)$
1	$\frac{1}{p}$	$e^{\omega t}$	$\frac{1}{p-\omega}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$e^{j(\omega t+\psi)}$	$\frac{e^{j\psi}}{p-j\omega}$
$t^n, n\in N$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$t\,e^{\omega t}$	$\frac{1}{(p-\omega)^2}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
$\sin(\omega t+\psi)$	$\frac{p\sin\psi+\omega\cos\psi}{p^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t+\psi)$	$\frac{p\cos\psi-\omega\sin\psi}{p^2+\omega^2}$

Свойства изображений

№	Оригинал	Изображение	Комментарии
1.	$\alpha f(t)+\beta g(t)$, $\alpha,\beta=const$	$\alpha F(p)+\beta G(p)$	Свойство линейности
2.	$f(\alpha \cdot t)$, $\alpha=const>0$	$\frac{1}{\alpha}F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$	Теорема подобия
3.	$f(t-\tau)$, $t>\tau>0$	$e^{-p\tau}\cdot F(p)$	Теорема запаздывания
4.	$e^{-\lambda t}\cdot f(t)$, $\lambda>0$	$F(p+\lambda)$	Теорема смещения
5.	$f(t+a)$, $a>0$	$e^{ap}\left(F(p)-\int\limits_0^a e^{-pt}\cdot f(t)dt\right)$	Теорема упреждения
6.	$\int\limits_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau=\int\limits_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau$	$F(p)G(p)$	Теорема об умножении изображений

Свойства изображений

№	Оригинал	Изображение	Комментарии
7.	$f(t)\cdot g(0)-\int\limits_0^t f(t-\tau)g''(\tau)d\tau$	$pF(p)G(p)$	Интеграл Дюамеля
8.	$f(t)g(t)$	$\frac{1}{2\pi i}\cdot\int\limits_{a-i\infty}^{a+i\infty}F(q)G(p-q)dq$	Умножение оригиналов
9.	$f(t)=f(t+T)$, T - период	$\frac{1}{1-\mathrm{e}^{-pt}}\cdot\int\limits_0^T f(t)\,\mathrm{e}^{-pt}\,dt$	Изображение периодического оригинала
10.	$f^{(n)}(t)$	$p^n\left(F(p)-\frac{f(0)}{p}-\cdots-\frac{f^{(n-1)}(0)}{p^n}\right)$	Дифференцирование оригинала
11.	$(-1)^n t^n f(t)$	$F^{(n)}(p)$	Дифференцирование изображения
12.	$\int\limits_0^t f(\tau)d\tau$	$\frac{1}{p}F(p)$	Интегрирование оригинала
13.	$\frac{1}{t}f(t)$	$\int\limits_p^\infty F(p)dp$	Интегрирование изображения

Расчет оригинала функции по изображению

Пример

Дано: изображение: $F(p) = I(p) = \dfrac{p+10}{p^3+6p^2+8p} = \dfrac{D(p)}{B(p)},\ (Ac)$	**Определить:** оригинал.

Решение:

$$B(p) = p^3 + 6p^2 + 8p = p(p^2 + 6p + 8) = 0,$$

$$p_1 = 0,\ p_2 = -2\left(1/c\right),\ p_3 = -4\left(1/c\right),$$

$$B'(p) = 3p^2 + 12p + 8,$$

$$i(t) = \sum_{\kappa=1}^{n=3} \frac{D(p_\kappa)}{B'(p_\kappa)} \cdot e^{p_\kappa t},$$

$$i(t) = \frac{0+10}{3\cdot 0^2 + 12\cdot 0 + 8} \cdot e^{0t} + \frac{-2+10}{3\cdot(-2)^2 + 12\cdot(-2) + 8} \cdot e^{(-2)t} + \frac{-4+10}{3\cdot(-4)^2 + 12\cdot(-4) + 8} \cdot e^{(-4)t}$$

$$i(t) = 1{,}25 - 2e^{-2t} + 0{,}75e^{-4t} \quad \text{А.}$$